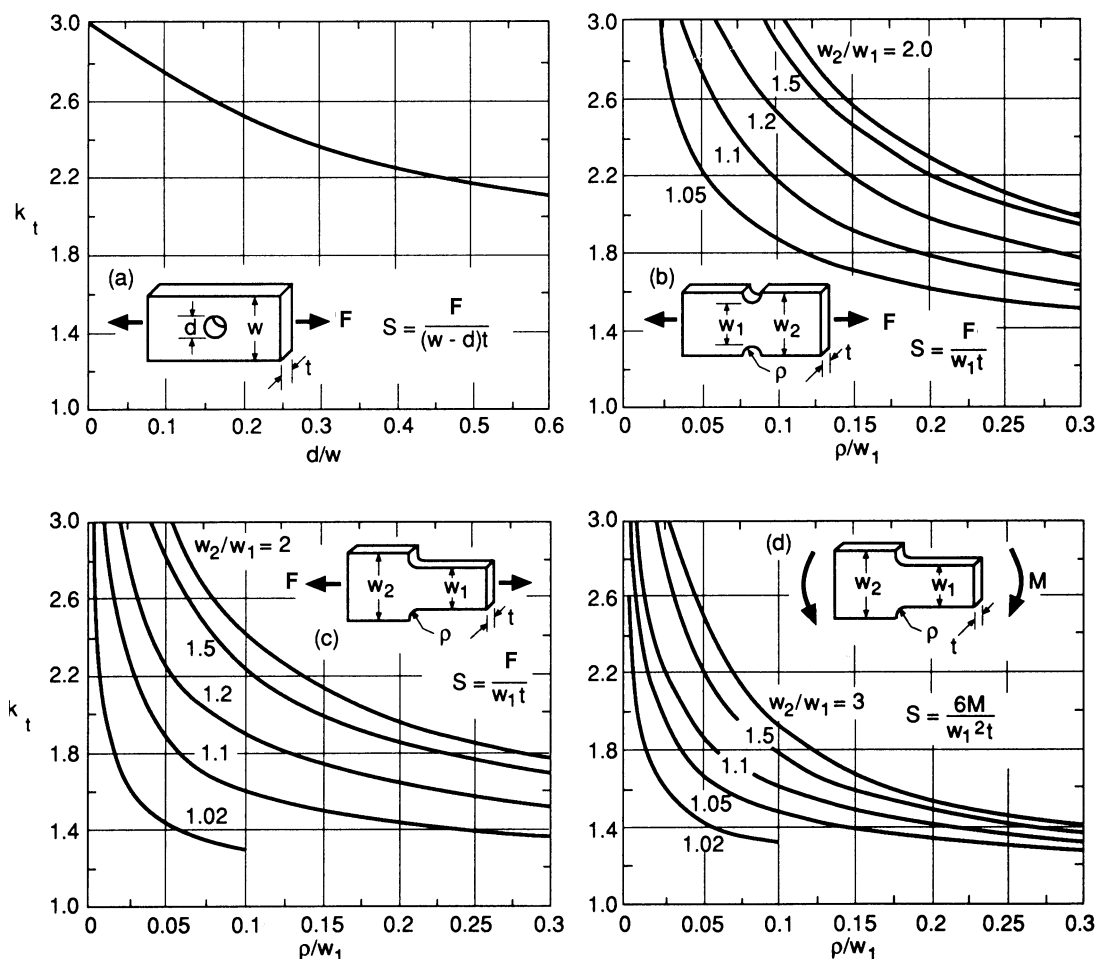




Úvod

Geometrické nespojitosti, které jsou nevyhnutelné při návrhu součástí - díry, drážky, vybrání - způsobují, že napětí je v jejich blízkosti lokálně zvýšené a tedy se nazývají *koncentrátory napětí*. Koncentrátory napětí krátce také nazývané *vruby* vyžadují při konstruování zvláštní pozornost, protože vruby redukují odolnost součástí vůči únavovému porušení. Důsledek lokálně zvýšeného napětí v těchto místech je vznik únavových trhlin.

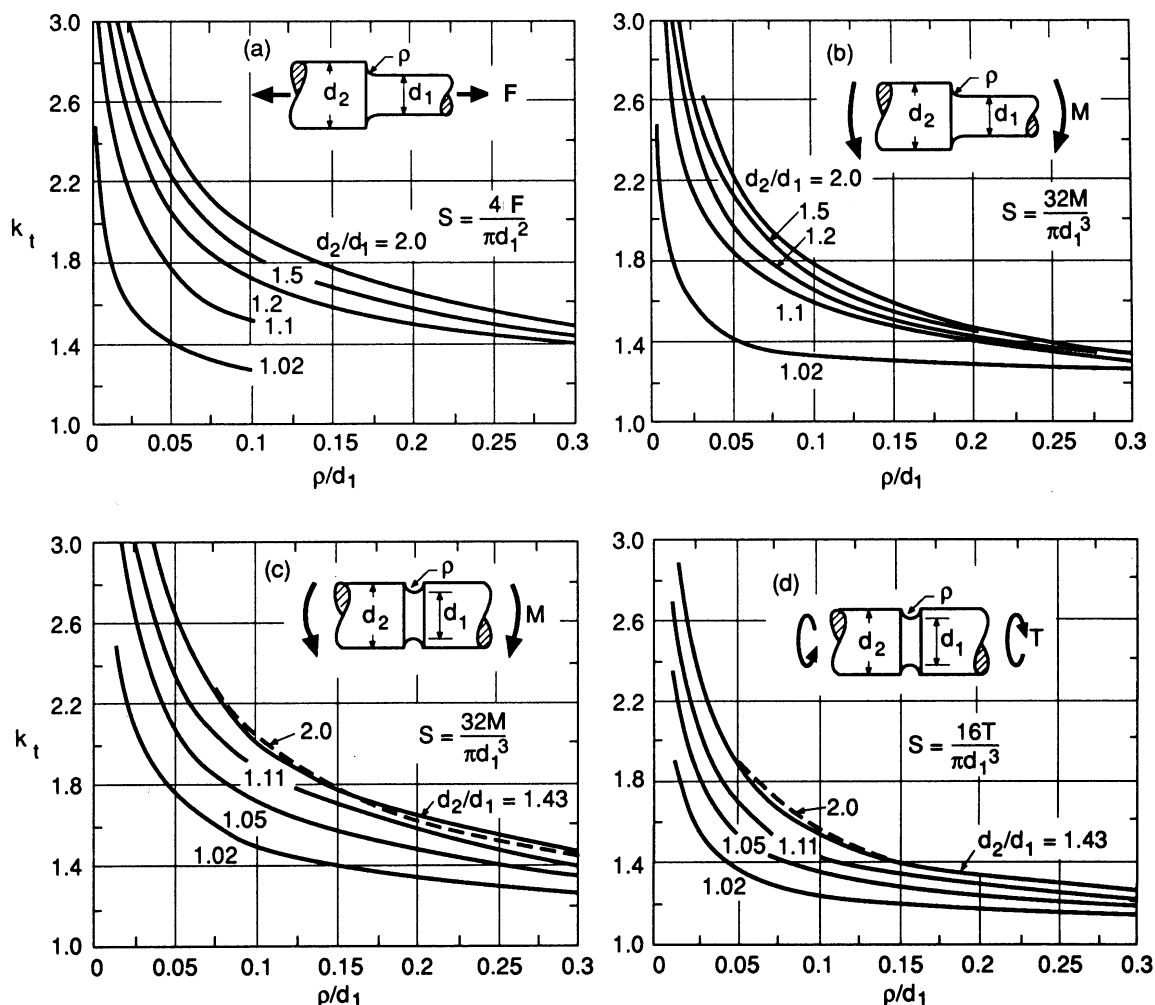
Hodnoty elastického faktoru koncentrace napětí k_t se používají k charakterizaci vrubů, kde $k_t = \sigma / S$ je poměr lokálního (bodového) napětí σ k nominálnímu (střednímu) napětí S . Hodnoty k_t jsou dostupné v nejrůznějších učebnicích a příručkách. Nejznámějším katalogem hodnot k_t je katalog vytvořený Petersonem (1974) a ukázky z něj jsou uvedeny na obr. 1 a 2.



OBR. 1

Jak bylo ukázáno v předchozí kapitole definice, nominálního napětí S může být dvojitý. Častější je výpočet S ve vztahu k čisté ploše (v místě vrubu), nebo S ve vztahu k ploše celkové (mimo vrub jak je tomu např. v lomové mechanice). Způsob určení S ovlivňuje hodnotu k_t . Při použití únavových S - N křivek je konvence definovat S ve vztahu k čisté ploše, tj. ploše z níž byl vrub odstraněn. Poznamenejme, že tato konvence je splněna ve všech příkladech na obr. 1 a 2. Také, rovnice $\sigma = k_t \cdot S$ platí ve vrubech pouze v případech, že nedochází k plastické deformaci.

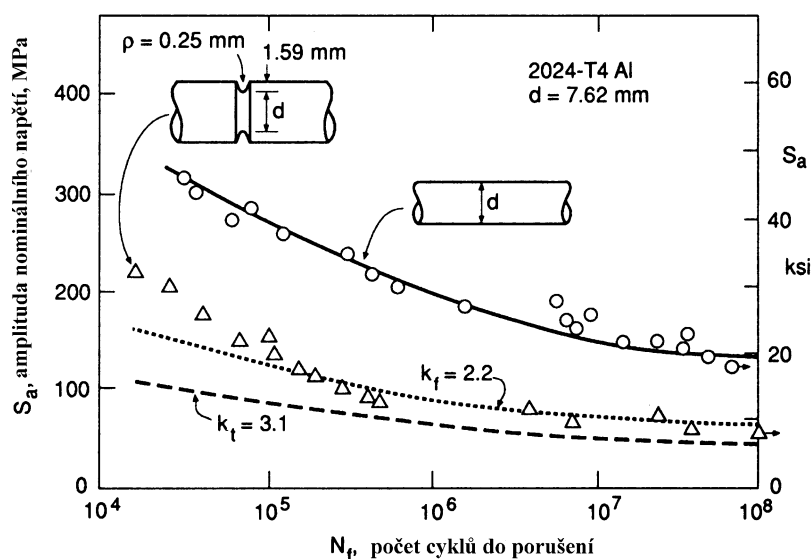
V případě velice zjednodušeného pohledu můžeme očekávat, že hladká součást a součást s vrubem budou mít stejnou únavovou životnost, jestliže napětí $\sigma = S$ v hladké součásti je stejné jako napětí $\sigma = k_t \cdot S$ v součásti s vrubem. Proto v závislosti S versus počet cyklů do lomu N_f , vliv vrubu je možné stanovit vynásobením amplitudy pro libovolnou životnost faktorem k_t . Příklad tohoto odhadu je na obr. 3- viz spodní čára. Bohužel vidíme, že naměřené hodnoty leží nad tímto odhadem, takže vrub má menší vliv, než jsme očekávali na základě faktoru k_t . Skutečný redukční faktor pro dlouhé intervaly únavového života, zvláště pro N_f



OBR. 2

= 10^6 až 10^7 cyklů nebo větší, se jmenuje *únavový vrubový faktor* a označuje se jako k_f .

$$k_f = \frac{\sigma_{ar}}{S_{ar}}, \quad (1)$$



kde k_f je formálně definováno pouze pro symetrický cyklus, σ_{ar} pro hladké zkušební těleso a S_{ar} pro těleso s vrubem.

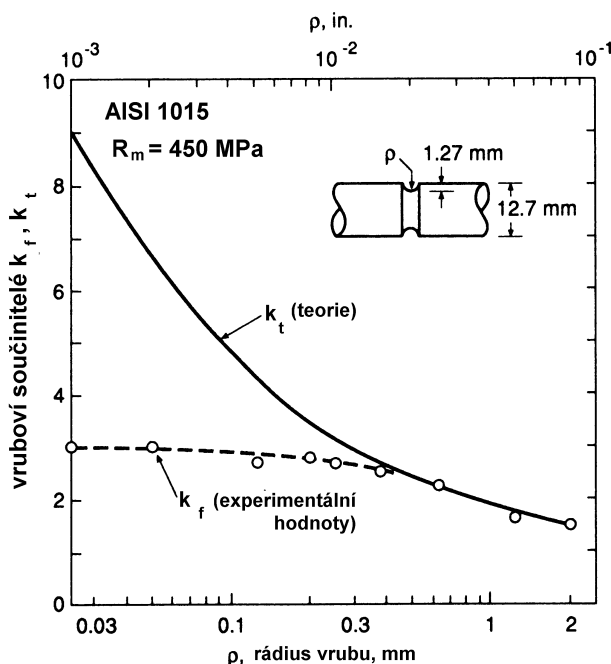
Má-li vrub v kořeni velký rádius ρ , pak k_f může být číselně rovno k_t . Naproti tomu pro malé ρ výše zmíněná difference může být významná a tedy k_f je výrazně menší než k_t . Některé hodnoty k_f , jež ilustrují vliv rádiusu ρ vrubu pro ocel o středním obsahu uhlíku jsou uvedeny na obr. 4. Jak si ukážeme dále, existuje více než jedna fyzikální příčina, proč k takovému chování

dochází. Z důvodů složitosti tohoto problému



OBR. 3

se v konstrukčním návrhu zpravidla používá empirických odhadů k získání hodnoty k_f .

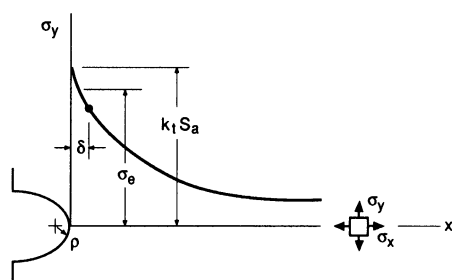


Diskuse příčin proč $k_f < k_t$.

Napětí ve vrubované součásti klesá prudce v závislosti na vzdálenosti od kořene vrubu, jak je ukázáno na obr. 5. Sklon (derivate) $d\sigma/dx$ průběhu napětí se jmenuje *gradient napětí* a jeho hodnota je obzvlášť velká v blízkosti ostrých vrubů. Výklad příčiny $k_f < k_t$ je ve většině případů založený právě na existenci gradientu napětí.

První z teorií výkladu proč $k_f < k_t$ vychází z představy, že materiál není citlivý na špičku napětí, ale spíše na hodnotu středního napětí, které působí přes oblast malé, ale konečné velikosti. Jinak řečeno k únavovému porušení může dojít pouze v určitém konečném objemu materiálu. Velikost této aktivní oblasti může být charakterizována rozměrem δ , označujeme ji termínem *procesní zóna*, viz obr. 5. Tedy napětí, které kontroluje iniciaci únavového porušení není největší napětí v bodě $x = 0$, ale spíše nižší hodnota – střední hodnota napětí

OBR. 4



působícího v intervalu $0 < x < \delta$. Toto střední napětí je pak ztotožněno s napětím odpovídajícím mezi únavy hladkého tělesa σ_e , tak k_f se odhaduje ze vztahu:

$$k_f = \frac{(\text{střední hodnota } \sigma_y \text{ v intervalu } 0 < x < \delta)}{S_a} = \frac{\sigma_e}{S_a}, \quad (2)$$

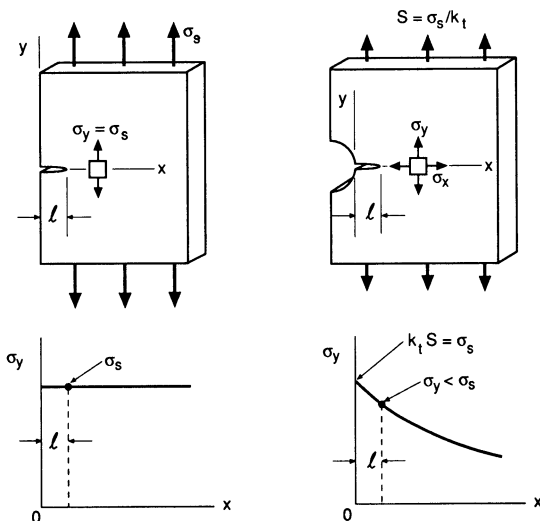
což je menší než k_t . Poměr k_f/k_t se stává menší než jedna, tzn. rozdíl těchto veličin roste v případě, že rádius ρ se zmenšuje. Tento trend odpovídá experimentální zkušenosti – obr. 4.

► OBR. 5.

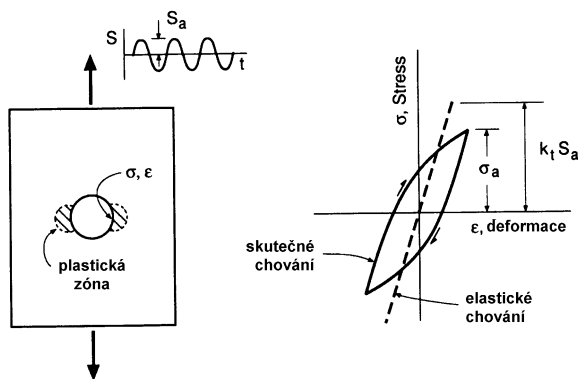
Druhou možnou příčinou tohoto efektu může být nehomogenita struktury materiálu. Vyskytují se zde zrna, která způsobují, že napětí se v rámci jednotlivých zrn srovná a tedy špičky napětí se tak snižují. I když jak první, tak i druhá teorie se jeví rozumně, nebyla doposud vytvořena vhodná korelace změny k_f s mikrostrukturními parametry.

Další možný výklad vlivu gradientu na příčinu proč $k_f < k_t$, je založen na teorii nejslabšího článku – což je v podstatě statistický vliv. Vzpomeňme si z minulé přednášky, že únavový proces může být iniciován v krystalovém zrně, které má vhodnou orientaci skluzových rovin vůči působícímu skluzovému napětí, nebo v jiném případě na vměstku, dutině, nebo jiném mikrostrukturním koncentrátoru napětí. Místa, kde může být porušení iniciováno, jsou v rovnoměrně zatíženém objemu hladké součásti náhodně rozdělena. Naproti tomu v případě ostrého vrubu se nemusí vždy vhodné místo pro iniciaci porušení vyskytovat v místě koncentrace napětí. Z toho však plyne, že v průměru vrubovaná součást bude mnohem odolnější vůči únavovému porušení v případě, že provádíme srovnání z hlediska lokálního napětí ve vrubu $\sigma_a = k_t \cdot S_a$.

Třetí možný výklad vlivu gradientu na příčinu proč $k_f < k_t$ je dán skutečností, že trhlinka může startovat v blízkosti ostrého vrubu, ale pak není schopna nestabilně růst. Uvažujme cyklické zatěžování hladké součásti zatížené napětím σ_s a vrubovanou součást zatíženou nominálním napětím S tak, že napětí ve vrubu σ má stejnou hodnotu jako napětí v hladké součásti, tj. $k_t \cdot S_a = \sigma_s$. Z hlediska k_t by měla být stejná životnost hladké i vrubované součásti. Nyní předpokládejme, že vytvoříme průchozí trhlinku stejné hloubky v obou tělesech (viz. obr.6). V obou případech uvažujme napětí v místě špičky trhliny, ale před vytvořením trhliny. Toto napětí je σ_s v hladké součásti a je výrazně nižší v součásti s vrubem. Toto je vysvětlení, proč je trhlinka ve vrubovaných součástech méně náchylná k iniciaci i k růstu ve srovnání s hladkými součástmi při stejných napěťových poměrech.

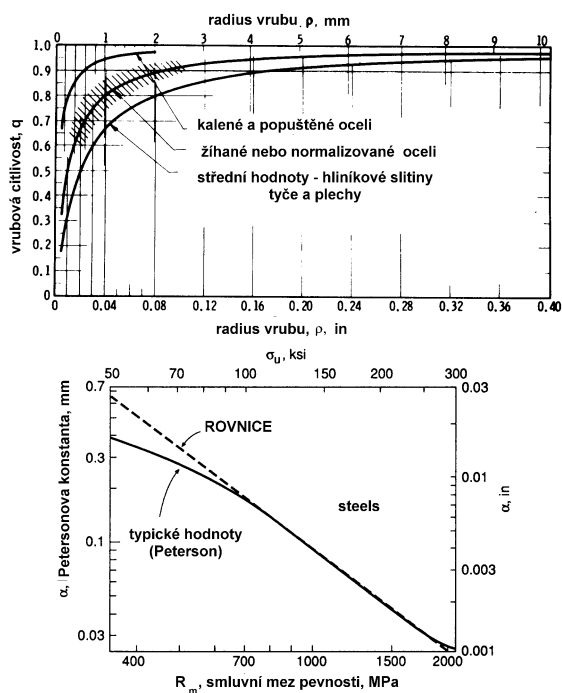


OBR. 6



OBR. 7

hodnoty $q = 0$ pro případ $k_f = 1$, to jest vrub nemá vliv. Hodnota q závisí jak na materiálu, tak i tvaru vrubu.



OBR. 8.

Posledním možným výkladem je existence reversní plastické deformace ve vrubu během každého zatěžovacího cyklu – při vzniku plastické deformace je skutečná amplituda napětí σ_a menší než $k_t S_a$, jak ilustruje obr.7. Toto je důsledek skutečnosti, že výpočet je založený na předpokladu elastického chování, $\sigma_a = k_t S_a$, neplatí v případě plastické deformace. K tomuto jevu dochází při vysokých napětích odpovídajících krátké životnosti ve většině konstrukčních kovech, v případě dlouhé životnosti k tomuto jevu dochází jen u několika málo velice tvárných kovů. Nicméně, při dlouhých životnostech je rozsah plastické deformace velmi malý, myšleno životnosti 10^6 , příp. 10^7 pro většinu konstrukčních kovů a toto vysvětlení není správné (toto je parketa nízkocyklové únavy).

Trhliny, které se zastaví v růstu při dlouhých životnostech se nazývají nešířící trhliny a obecně se

nachází v ostrých vrubech. Rozbor těchto příčin ukazuje, že přítomnost trhlín je pravděpodobně hlavní příčina relace $k_f < k_t$,

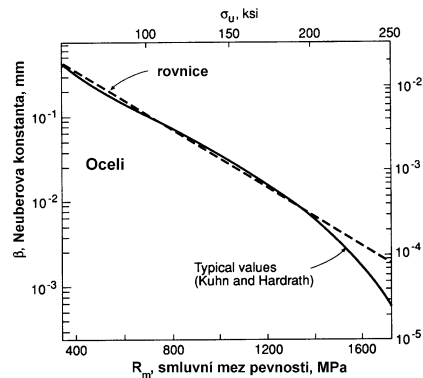
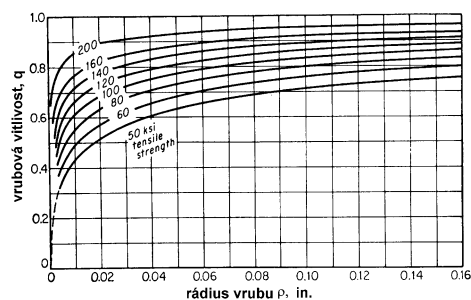
Vrubová citlivost a empirické odhady k_f

Jedním z úspěšných konceptů, který se zabývá vlivem vrubů je vrubová citlivost q

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}.$$

(5)

V případě, že vrub má maximální možný vliv, to jest $k_f = k_t$ pak $q = 1$. Hodnota q nabývá hodnot menších než 1, jestliže $k_f < k_t$ a nabývá minimální



OBR. 9.



Příklady změny q v závislosti na materiálu a rádiu vrubu je uveden na obr. 8 a 9. Pro daný materiál q roste s rádiusem vrubu a v případě daného typu materiálu q roste se smluvní mezí pevnosti. Z toho plyne, že rozdíl k_f a k_t je větší v případě tvárných materiálů a součástí s ostrými vruby a je menší v případě málo tvárných materiálů a součástí s neostrými vruby.

Hodnoty q a k_f se odhadují na základě empirických materiálových konstant, které jsou nezávislé na rádiu vrubu. Poměrně často se v konstrukční praxi používá vztah navržený Petersonem (1974)

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}, \quad (6)$$

kde α je materiálová konstanta, která má rozměr délky. Typické hodnoty α pro některé skupiny konstrukčních materiálů jsou

duralové slitiny	$\alpha = 0,510 \text{ mm}$
žíhané nebo normalizované nízkouhlíkové oceli	$\alpha = 0,250 \text{ mm}$
kalené a popuštěné oceli	$\alpha = 0,064 \text{ mm}$

Pro oceli s relativně vysokou pevností je lepší použít vztah

$$\alpha = 0,025 \left(\frac{2070}{R_m} \right)^{1,8} \text{ mm} \quad \text{pro } R_m \geq 550 \text{ MPa} \quad (8)$$

Další možnou pomůckou pro určení α jsou grafy – obr.8 (Poznámka - uváděné hodnoty jsou pro axiální nebo ohybová namáhání. Odhad hodnot α pro torsní zatěžování získáme vynásobením výše uvedených hodnot konstantou 0,6).

Pro výpočet hodnoty k_f z hodnoty q nebo α se používá rov (5) ve tvaru

$$k_f = 1 + q(k_t - 1). \quad (9)$$

Kombinací této rovnice s rov. (6) získáme výraz pro k_f na základě α

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}. \quad (10)$$

Další často používané empirické vztahy pro q a odpovídající hodnotu k_f jsou

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}}, \quad k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}}, \quad (11)$$

kde β je materiálová konstanta. Jednotlivé výrazy reprezentují zjednodušení vztahu sestaveného Neubrem. Hodnoty β charakteristické pro oceli jsou uvedeny ve spodní části obrázku 9. Dále je možné hodnoty β vypočítat ze vztahu

$$\log \beta = -\frac{R_m - 134 \text{ MPa}}{586} \quad [\text{mm}] \quad \text{platí pro } R_m \leq \text{MPa} \quad (12)$$

Rovnice (10), (11) a řada dalších analogických vztahů uváděných v literatuře jsou založeny na představě procesní zóny, teorii nejslabšího článku, a podobných představách – přehled udělal např. Peterson. Bohužel neexistuje fyzikální model, příp. kombinace modelů, na základě kterých by příslušné vztahy byly odvozeny a problém vysvětlen. Tedy rovnice pro výpočet k_f jsou v podstatě vztahy pro odhad této veličiny a to pro konstrukční účely. Všechny vztahy pro výpočet k_f jsou empirické povahy. Dále si musíme uvědomit, že rovnice pro odhad k_f jsou určené pro relativně mělké a neostré vruby, které se nejčastěji v konstrukční praxi používají. V případě, že je vrub hluboký a ostrý, připomíná tvarem trhlinu, pak je mnohem přesnější předpokládat, že se jedná o trhlinu. Chování součásti s takovýmto vrubem je pak lepší předvídat pomocí lomové mechaniky.

Příklad 1

Pro součást namáhanou ohybem za rotace (tvar a materiál viz. obr. 4), která má rádiu vrubu $\rho = 0,4 \text{ mm}$ odhadněte hodnoty k_t a k_f .

Řešení

Geometrie součásti i podmínky zatěžování odpovídají obr. 2(c). Hodnoty poměru d_2/d_1 a ρ/d_1 jsou dány a použijeme je k určení k_t z grafu na obr. 2(c).

$$d_2 = 12,7 \text{ mm}, \quad \rho = 0,4 \text{ mm}, \quad d_1 = 12,7 - 2 \cdot (1,27) = 10,16 \text{ mm}, \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{12,7}{10,16} = 1,25, \quad \frac{\rho}{d_1} = \frac{0,4}{10,16} = 0,0394,$$

odpověď $k_t = 2,7$

zde bylo nutné udělat extrapolaci mezi křivkami pro $d_2/d_1 = 1,11$ a $1,43$.



Hodnota k_f může být získána na základě Petersonovy konstanty α , Neubrovovy konstanty β , nebo charakteristiky q – vrubové citlivosti. Hodnota $R_m = 450$ MPa daná v obr. 4 pro zkoumaný materiál připouští $\alpha \approx 0,3$ mm podle spodní části obr. 8 a pomocí rov. 10 dostáváme

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} = 1 + \frac{2,7 - 1}{1 + \frac{0,3}{0,4}} = 1,97$$

Druhý způsob určení k_f je na základě veličiny q , z horní části obr.9 odečteme hodnotu q pro $\rho = 0,4$ mm (0,0157 in) a $R_m = 450$ MPa (65 ksi). Musíme interpolovat mezi křivkami pro $R_m = 60$ a 80 ksi a tak dostaneme $q = 0,56$, dosazením do vztahu 9 dostaneme $k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0,56(2,7 - 1) = 1,95$

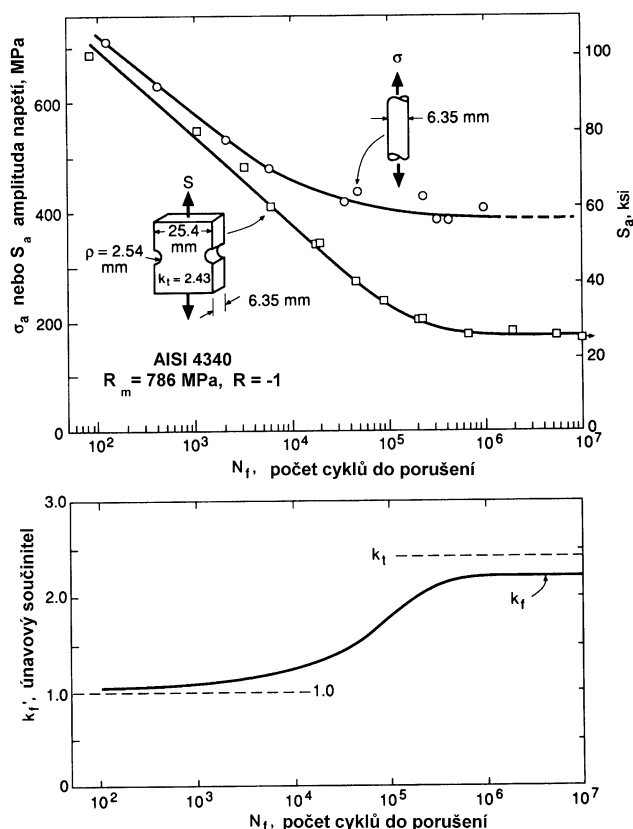
Poznámka

Takováto vynikající shoda mezi uvedenými dvěma odhady k_f není běžná.

Vliv vrubu pro střední a krátké doby únavového života

Pro střední a krátké doby únavového života houževnatých materiálů vliv vratné plastické deformace (obr. 7) významně vzrůstá v závislosti na růstu amplitudy napětí. Jedním z důsledků tohoto chování je, že poměr únavové pevnosti hladkého tělesa a tělesa s vrubem se stává menší než k_f a tedy je účelné definovat únavový vrubový faktor k'_f , který se mění v závislosti na době únavového života (roste v závislosti na počtu cyklů do porušení)

$$k'_f = f(N_f) = \frac{\sigma_{ar}}{S_{ar}} \quad (\text{víme, že index } ar \text{ značí symetrický cyklus}). \quad (13)$$



Experimentální výsledky uvedené na obr. 10 tento jev ilustrují. V případě houževnatého materiálu k'_f klesá z hodnoty k_f při dlouhých dobách života na hodnotu blízkou jedné pro krátké doby života.

Uvažujme symetrický zátěžný cyklus, pak můžeme předcházející skutečnost znázornit případy, že materiál se chová jako ideálně elastický, nebo ideálně plastický s hodnotou meze kluzu R_e – obr. 11.

V podstatě mohou nastat tři případy:

- k plastické deformaci nedochází,
- dochází k lokální plastické deformaci,
- plastická deformace probíhá v celém průřezu.

V případě, že napětí v blízkosti vrubu v průběhu zatěžování nikdy nedosáhne meze kluzu, t.j. je splněna podmínka $k_t \cdot S_a < R_e$, pak nedojde k plastické deformaci. V tomto případě se vliv plastické deformace neuvažuje a platí

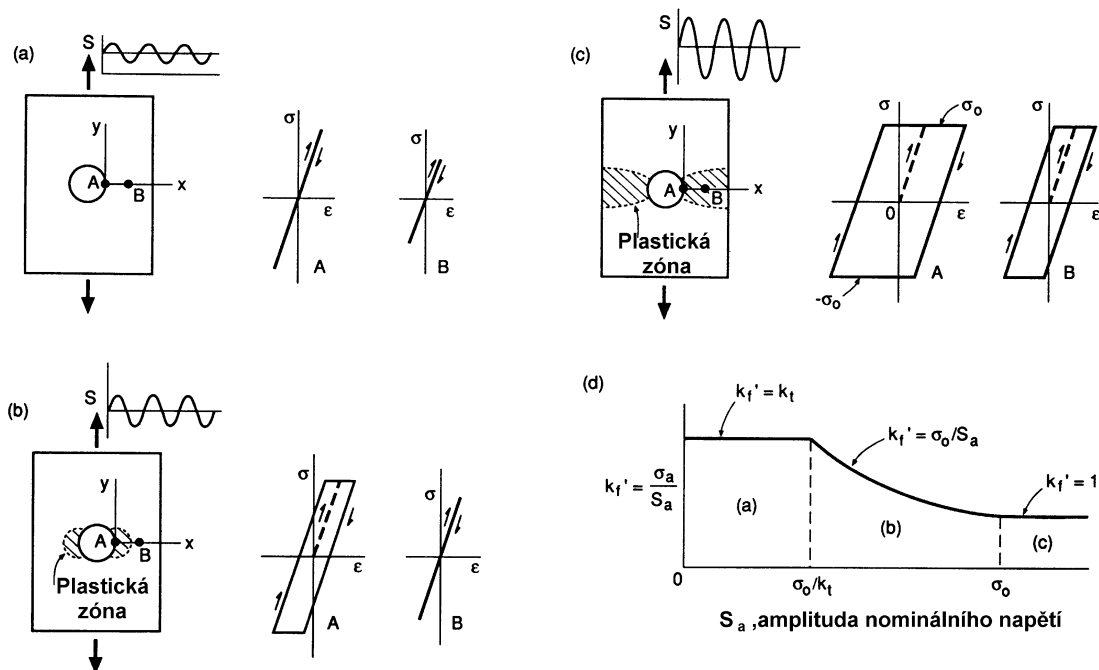
$$k'_f = k_f \quad (\text{nevzniká plastická deformace, } k_t \cdot S_a < R_e) \quad (14)$$

Předpokládejme, že zatěžování je dostatečné k tomu, aby vyvolalo vznik lokální plastické deformace v blízkosti

OBR. 10

vrubu, t.j. předpokládáme, že $k_t \cdot S_a \geq R_e$. Symetrický zátěžný cyklus má za následek, že k plastické deformaci v blízkosti vrubu dochází jak při tahovém, tak i tlakovém půl-cyklu – viz obr. 11(b). Protože k plastické deformaci nedochází v celém průřezu, ale pouze v místě koncentrace napětí v blízkosti vrubu, hovoříme o lokální plastické deformaci. V tomto případě amplituda napětí v blízkosti vrubu je rovna hodnotě R_e a tedy platí

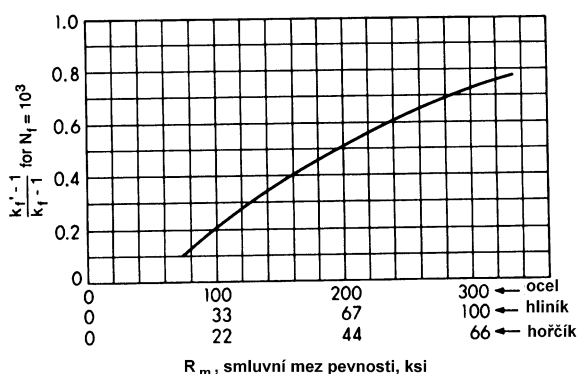
$$k'_f = \frac{R_e}{S_a} \quad (\text{lokální plastická deformace, } k_t \cdot S_a \geq R_e). \quad (15)$$



OBR.11

Poslední případ je případ makroplastické deformace, tj. případ, kdy se plastická deformace rozšíří přes celý nosný průřez – obr. 11c. To způsobí, že v celém nosném průřezu bude amplituda napětí stejná a rovna R_e , tedy i amplituda nominálního napětí S_a je rovna R_e . Jinak řečeno, vrub prakticky v tomto případě nemá vliv na hodnotu napětí a tedy

$$k_f' \approx 1 \quad (\text{vzniká makroplastická deformace, } S_a \approx R_e) \quad (16)$$



OBR. 12

k_f' při $N = 10^3$ cyklů můžeme odečíst ze závislostí uvedených na obr. 12. Hodnoty k_f' pro délky únavového života mezi 10^3 až 10^6 cyklů se zpravidla získávají interpolací. Z obr. 12 vidíme, že hodnoty k_f' se přibližují hodnotě k_f pro případ materiálů s vysokou pevností (zpravidla jsou to materiály křehké, materiály s nízkou houževnatostí) a k_f' se blíží jedničce pro kovy o nízké pevnosti (zpravidla tvárné a tedy i houževnaté materiály). Tento efekt je způsoben plastickou deformací. Úplný odhad křivky S-N pro součást s vrubem budeme diskutovat v dalším odstavci.

Kombinace vlivu vrubu a středního napětí

Empirické výrazy i křivky sloužící k odhadu k_f a k_f' jsou založeny na poznatcích případně hodnotách navržených pro symetrický zátěžný cyklus. Tyto závěry však nemohou být aplikovány pro případy, kdy působí nenulové statické zatížení (střední napětí). Nyní si ukážeme postup, jež se používá k odhadu únavového života součástí s vrubem při působení středního napětí.



Křehké materiály

Uvažujeme vrubovanou součást staticky zatíženou a podrobenou cyklickému zatěžování. Předpokládejme, že ani v okamžiku dosažení maxima, ani v okamžiku dosažení minima zátěžné síly nedochází ke vzniku plastické deformace v blízkosti vrubu. Všechna napětí ve vrubu pak mohou být jednoduše vypočtena ze vztahu $k_t S$ a tedy amplituda napětí σ_a a střední napětí σ_m jsou:

$$\sigma_a = k_t S_a, \quad \sigma_m = k_t S_m \quad (k_t |S|_{\max} < R_e). \quad (17)$$

Vliv středního napětí na únavový život se uvažuje na základě vztahu, který jsme nazvali jako vztah Goodmanův

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}} \quad (18)$$

kde σ_{ar} je z hlediska únavového života ekvivalentní amplituda napětí hladké součásti zatěžované symetrickým cyklem. Kombinací tohoto vztahu a rov (17) dostáváme

$$\sigma_{ar} = \frac{k_t S_a}{1 - \frac{k_t S_m}{R_m}} \quad (k_t |S|_{\max} < R_e) \quad (19)$$

Nicméně, z pohledu vrubové citlivosti diskutované výše, tato rovnice je obvykle aplikována v modifikaci, kde k_t je nahrazeno k_f .

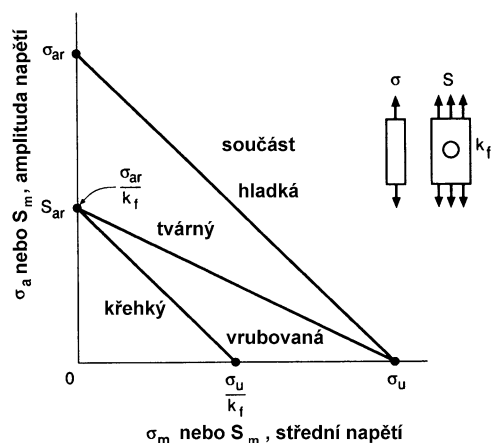
Obecné použití rov. 19, příp. podobné rovnice s veličinou k_f - je vhodným přístupem pro součásti s vrubem, které jsou zhotoveny z křehkého materiálu (materiálu, v němž dochází obtížně k plastické deformaci). Tedy pro odhad únavového života křehkých materiálů, jak bylo dříve řečeno, uvažujeme $k_f' \approx k_f$.

Na obr. 13 je vynesena přímka podle rov. 19 s hodnotou k_f , je označena *křehký*. Ve srovnání s Goodmanovou přímkou hladkých těles (obr. 19 ozn. *hladký*) tato závislost protíná obě osy v hodnotách napětí, které jsou menší.

Průsečík na ose amplitudy napětí je dán bodem $\frac{\sigma_{ar}}{k_f}$, což je ve shodě s definicí k_f podle rov. (1). Průsečík na ose

středních napětí odpovídá maximální možné hodnotě statického předtížení a je rovno poměru $\frac{R_m}{k_f}$. Jak již bylo

zmíněno, pro křehké materiály hodnoty k_f' a k_f jsou si velice blízké. Tato skutečnost souvisí se zkušeností, že statická pevnost vrubovaných součástí z křehkého materiálu je redukována v poměru faktoru koncentrace napětí.



Tvárné (houževnaté) materiály

Zcela rozdílná situace je v případě tvárných materiálů, které mají schopnost se významně plasticky deformovat. V tomto případě smluvní pevnost vrubovaných součástí není výrazně vrubem ovlivněna (vzpomeňme si na úvahy o skutečném tahovém diagramu). Pro jednoduché osové zatěžování, smluvní pevnost vrubované součásti je přibližně rovna smluvní pevnosti součásti hladké $S_m = R_m$. To však znamená, že závislost *střední napětí* $\approx$ *amplituda napětí* součásti s vrubem zhotovené z tvárného materiálu bude protínat osu x v hodnotě R_m . Tato přímka (na obr. 13 označená jako *tvárný*) odpovídá rovnici

$$\sigma_{ar} = \frac{k_f' S_e}{1 - \frac{S_m}{R_m}}, \quad (20)$$

OBR. 13

kde k_f' je proměnný faktor (viz. rov. 13) a připouští použití tohoto vztahu pro konečný únavový život. Nehledě na tuto změnu rovnice (20) se od rovnice (19) liší pouze tím, že hodnota S_m není násobena vrubovým faktorem. Proto rov. (20) může být interpretována pro případ tvárných materiálů, kde koncentrace napětí nemá vliv na střední napětí.

Rovnice (19) s použitím k_f a rov. (20) můžeme psát jako jednu rovnici zavedením únavového vrubového faktoru pro střední napětí, k_{fm} .



$$\sigma_{ar} = \frac{k_f' \cdot S_a}{1 - \frac{k_{fm}' \cdot S_m}{R_m}}, \quad S_{ar} = \frac{S_a}{1 - \frac{k_{fm}' \cdot S_m}{R_m}} \quad (a,b) \quad (21)$$

kde $k_{fm} = k_f' = k_f$ (křehké materiály)
 $k_{fm} = 1$ (tažné materiály).

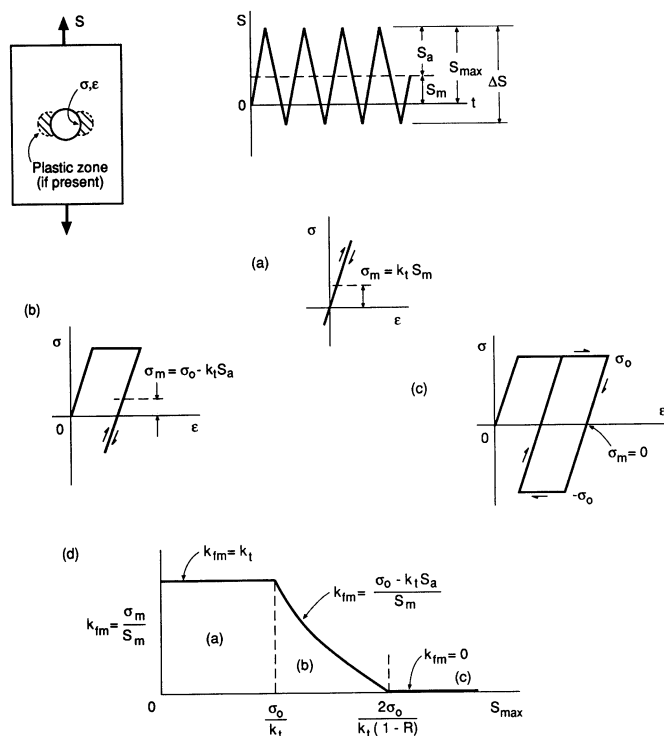
První tvar rovnice se používá k výpočtu hodnoty σ_{ar} , ekvivalentu amplitudy symetrického cyklu pro S-N křivku hladké součásti nezátěžené statickým předpětím $\sigma_m = 0$. Podobně, víme-li $S_{ar} = \sigma_{ar} / k_f'$, dává druhý vztah

hodnotu S_{ar} - ekvivalent amplitudy symetrického cyklu pro S-N křivku vrubované součásti nezátěžené statickým předpětím $S_m = 0$. Poslední rovnice je-li použita pro materiál s velkou tažností, k_{fm} odpovídá jednoduché modifikaci Goodmanovy rovnice pro nominální napětí. Křehké materiály se zpravidla uvažují ty materiály, které mají tažnost menší než pět procent. Víceméně takováto definice je velice volná a hraniční případy je obtížné klasifikovat.

Diskuse

V případě, že nedochází k plastické deformaci ve vrubu, pak lokální střední napětí může být odhadnuto přímo z k_t . Naproti tomu v tvárném materiálu k plastické deformaci ve vrubu může dojít při vysokých středních napětích při dlouhé únavové životnosti, tj. životnosti při níž je plastická deformace zanedbatelná, příp. nulová pro symetrický cyklus. To je příčinou, že střední napětí ve vrubu může být menší než se odhaduje z hodnoty k_t , jak ilustruje obr. 14. Tedy faktor koncentrace napětí pro střední napětí je uvažován jako proměnná

$$k_{fm} = \frac{\sigma_m}{S_m}, \quad (22)$$



kde S_m je střední hodnota nominálního napětí a σ_m je střední hodnota lokálního napětí ve vrubu.

Necht' chování materiálu je aproximováno jako elastické a ideálně plastické a předpokládáme, že působí střední napětí. Existují tři možné situace, jak ilustruje obr. 14. (a) nedochází k plastické deformaci, (b) počáteční plastická deformace, (c) vratná plastická deformace. K plastické deformaci nedochází v případě, že jak v okamžiku maximálního zatížení, tak i minimálního zatížení napětí $k_t S$ ve vrubu nedosáhne meze kluzu. V tomto případě dostáváme stejnou situaci jako v případě křehkého materiálu rov. 19 a tedy očekáváme $k_{fm} = k_t$.

Předpokládáme, že ať již v maximu nebo v minimu zátěžného cyklu dojde k plastické deformaci a tedy platí $k_t |S|_{max} > R_e$, ale napětí není dostatečné ke vzniku vratné plastické deformace. Pak dostáváme situaci uvedenou na obr. 14(b) kde je pouze iniciační plastická deformace. Pokud

OBR. 14

cyklické napětí je elastické, pak amplituda napětí ve vrubu může být počítána $\sigma_a = k_t S_a$. V každém napětíovém cyklu maximální napětí se bude vracet na stejnou hodnotu R_e , kterou mělo v prvním cyklu. Odtud pro počáteční plastickou deformaci v tahu je střední napětí

$$\sigma_m = \sigma_{max} - \sigma_a = R_m - k_t S_a \quad (23)$$

Nakonec, jestliže zatížení je dostatečné aby $k_t \Delta S > 2R_e$, pak dochází k vratné plastické deformaci jak ukazuje obr. 14(c). Napětí ve vrubu je

$$\sigma_{max} = R_e, \quad \sigma_{min} = -R_e. \quad (24)$$



a tedy

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 0 \quad (25)$$

což vede k hodnotě $k_{fm} = 0$.

Na základě předcházejících úvah můžeme situaci sumarizovat následovně

$$\begin{aligned} k_{fm} &= k_t && (\text{nedochází k plastické deformaci, } k_t |S|_{\max} < R_e) \\ k_{fm} &= \frac{R_m - k_t S_a}{|S_m|} && (\text{počáteční plastická deformace, } k_t |S|_{\max} > R_e) \\ k_{fm} &= 0 && (\text{vratná plastická deformace, } k_t \Delta S > 2R_e) \end{aligned} \quad (26)$$

kde absolutní hodnoty značí, že rovnice jsou použitelné jak pro tahové, tak i tlakové napětí S_m . Změna k_{fm} s $S_{\max}$ je podobná jako na obr. 14(d). Poznamenejme, že lokální plastická deformace ve vrubu způsobí, že k_{fm} je menší, než k_t , v extrémních případech je rovno nule. K chování $k_{fm} = 0$ dochází v případě, že napětí $S_{\max}$ přesáhne hodnotu uvedenou v obr. 14(d), která odpovídá vztahu $k_t \Delta S > 2R_e$ ($\Delta S = 2R_e = k_t S_{\max}(1 - R)$)

Z pohledu této analýzy rov. 21 by bylo možné vylepšit pro tažné materiály zavedením hodnoty k_{fm} jako spojitě proměnné podle rov. 26. Hodnota $k_{fm} = 1$ je skutečně v rozmezí 0 až k_t daném touto rovnicí. Použití jediné hodnoty je však velice hrubou aproximací skutečnosti. Tato otázka je diskutována v pracích Juvinalla (1967) i Juvinalla a Marsheka (1991) a jednou z navržených alternativ je použití rov. (26) s tím, že konstanta k_t je nahrazena k_f .

$$\begin{aligned} k_{fm} &= k_f && (\text{nedochází k plastické deformaci, } k_f |S|_{\max} < R_e) \\ k_{fm} &= \frac{R_m - k_f S_a}{|S_m|} && (\text{počáteční plastická deformace, } k_f |S|_{\max} > R_e) \\ k_{fm} &= 0 && (\text{vratná plastická deformace, } k_f \Delta S > 2R_e) \end{aligned} \quad (27)$$

Jednoduchý přístup, kde $k_{fm} = 1$ se velice často v praxi používá pro materiály s velkou tažností.

Příklad 2

Součást tvaru a podmínek namáhání uvedená na obr 1(d) je vyrobena z oceli RQC-100. Rozměry součásti v mm jsou $w_2 = 88$; $w_1 = 80$; $\rho = 4$ a $t = 10$. Jaká amplituda ohybového momentu M_a odpovídá počtu cyklů 10^6 v případě, že působí střední moment $M_m = 4$ kN.m ?

První způsob řešení

Jeden z přístupů spočívá v použití rov. 21 s hodnotou $k_{fm} = 1$ pro uvedený materiál s relativně velkou tažností. Protože 10^6 cyklů do porušení odpovídá dlouhé době únavového života, použijeme $k_f = k_t$, a tak

$$\sigma_{ar} = \frac{k_f S_a}{1 - \frac{S_m}{R_m}}$$

V první řadě potřebujeme určit hodnoty k_f , S_m a σ_{ar} a pak řešením této rovnice zjistit hodnotu S_a , která určuje hledanou hodnotu M_a . K odhadu k_f v prvním přiblížení použijeme k_t z obr.1(d)

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{88\text{mm}}{80\text{mm}} = 1,1 \quad \frac{\rho}{w_1} = \frac{4\text{mm}}{80\text{mm}} = 0,05 \quad k_t = 1,85.$$

Petersonova konstanta α je dána rov. 8 a dosazením $R_m = 758$ MPa z tab.

$$\alpha = 0,025 \left(\frac{2070\text{MPa}}{R_m} \right)^{1,8} = 0,025 \left(\frac{2070}{758} \right)^{1,8} = 0,153\text{mm}, \text{ z rovnice 10 pak získáme hodnotu}$$

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} = 1 + \frac{1,85 - 1}{1 + \frac{0,153\text{mm}}{4\text{mm}}} = 1,82, \text{ dále vypočteme } S_m \text{ z definice } S \text{ v obr.1(d).}$$

$$S_m = \frac{6M_m}{w_1^2 t} = \frac{6(0,004\text{MNm})}{(0,08\text{m})^2 (0,01\text{m})} = 375\text{MPa}. \text{ Hodnoty konstant A a B uvedené v tabulce slouží k výpočtu amplitudy}$$

napětí σ_{ar} pro symetrický zátěžný cyklus pro $N_f = 10^6$ pro hladkou součást vyrobenou ze studovaného materiálu.

$$\sigma_{ar} = A N_f^B = 897(10^6)^{-0,0648} = 366\text{MPa}. \text{ Nyní se dostáváme k vlastnímu řešení první rovnice a tedy hodnotu } S_a \text{ a z ní hodnotu } M_a.$$



$$S_a = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} \left(1 - \frac{S_m}{R_m} \right) = \frac{366 \text{ MPa}}{1,82} \left(1 - \frac{375 \text{ MPa}}{758 \text{ MPa}} \right) = 102 \text{ MPa} ;$$

$$M_a = \frac{w_1^2 t S_a}{6} = \frac{(0,08 \text{ m})^2 (0,01 \text{ m}) (102 \text{ MPa})}{6} = 0,00109 \text{ MN.m} \Rightarrow \underline{M_a = 1,09 \text{ kN.m}}$$

Druhý způsob řešení

Druhou alternativou je výpočet, kde se uvažuje lokální plastická deformace použitím k_{fm} podle rov. 27. První krok je předpoklad, že nedochází k plastické deformaci a tedy rovnice 21 má tvar

$$\sigma_{ar} = \frac{k_f S_a}{1 - \frac{S_m}{R_m}}. \text{ Řešením pro } S_a \text{ po dosazení dříve získaných hodnot dostáváme } S_a = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} \left(1 - \frac{k_f S_m}{R_m} \right) = 20,0 \text{ MPa.}$$

Toto nominální napětí vyvolá lokálně ve vrubu (s uvážením k_f) plastickou deformaci ($R_e = 683 \text{ MPa}$)

$$k_f S_{\max} = k_f (S_a + S_m) = 1,82(20,0 + 375) = 719 \text{ MPa} ; \quad k_f S_{\max} > R_m \quad (\text{dochází k plastické deformaci})$$

Proto výpočet je neplatný a použijeme rov. 27 kde je použit předpoklad počáteční plastické deformace

$$k_{fm} = \frac{R_e - k_f S_a}{S_m}, \text{ dosazením do rovnice 21 získáme } \sigma_{ar} = \frac{k_f S_a}{1 - \frac{R_e - k_f S_a}{R_m}}. \text{ Vyjádřením } S_a \text{ a dosazením známých hodnot}$$

$$\text{dostáváme } S_a = \frac{\sigma_{ar} (R_m - R_e)}{k_f (R_m - \sigma_{ar})} = 38,5 \text{ MPa}. \text{ Takovýto výpočet je platný v případě, že nedochází k vratné plastické}$$

deformaci. Provedme kontrolu tohoto tvrzení $k_f \Delta S = 2k_f S_a = 2(1,82)(38,5 \text{ MPa})$ víme, že platí-li

$$k_f \Delta S < 2R_e = 2(683 \text{ MPa}) \text{ a tedy platí, že nedochází k vratné plastické deformaci.}$$

$$\text{Tedy výsledek je } M_a = \frac{w_1^2 t S_a}{6} = \frac{(0,08 \text{ m})^2 (0,01 \text{ m}) (38,5 \text{ MPa})}{6} = 0,41 \text{ kN.m}$$

Poznámka:

6. Odhad únavové pevnosti pro dlouhou dobu života

V aplikacích kde působí cyklické zatěžování s poměrně nízkou hodnotou napětí, je výpočet bezpečnosti konstrukce založen na znalosti únavové pevnosti daného materiálu pro vysoký počet cyklů, řádově 10^6 až 10^8 . Tyto hodnoty jsou uváděny v literatuře zpravidla pro cyklické namáhání ohybem za rotace a mohou být podle výše uvedených vztahů přepočteny na cyklus s nulovým středním napětím. Pro podmínky, které se liší od standardních podmínek, jako je typ zatěžování, velikost součásti, povrchové úpravy atd., materiálová charakteristika únavové pevnosti se zpravidla odhaduje na základě zkušeností – trendů.

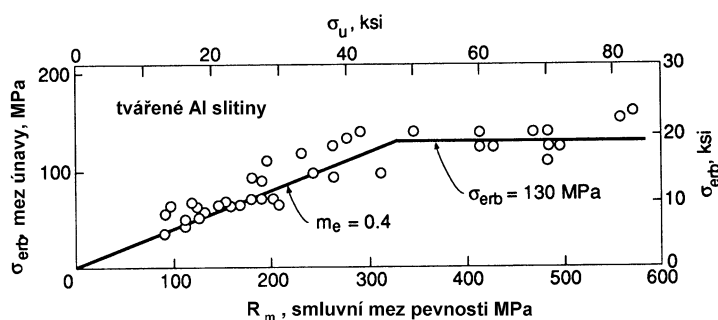
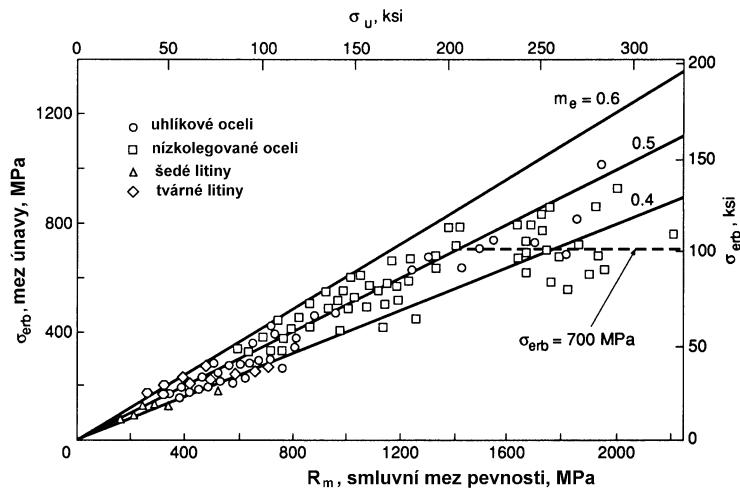
6.1 Odhad meze únavy hladké součásti

Výrazná mez únavy určená ze zlomu S-N křivky v oblasti vysokého počtu cyklů do porušení je pozorována u mnoha uhlíkových a nízkoalloyovaných ocelí s nižší pevností, u některých nerez ocelí, litin, slitin molybdenu, titanových slitin, polymerů. Pro slitiny hliníku, hořčíku, mědi, niklu a u některých nerezových ocelí, vysocepevných uhlíkových i legovaných ocelí S-N křivka takovýto zlom nevykazuje ani při nejvyšších počtech cyklů, které byly experimentálně sledovány. Únavová pevnost určená pro velký počet cyklů ohybovým namáháním za rotace na zkušebních tělesech s hladce vyleštěným povrchem je zpravidla tabelována jako materiálová charakteristika. Tato únavová pevnost je často označována volným termínem **mez únavy**, i když prakticky neexistuje pro tuto charakteristiku jednoznačný počet cyklů.

Při odhadu meze únavy se často vychází z poměru meze únavy a smluvní meze kluzu.

$$m_e = \frac{\sigma_{erb}}{R_m} \quad (28)$$

kde σ_{erb} je mez únavy stanovená při symetrickém ohybovém zatěžování (často se jedná o ohyb za rotace) na vyleštěných zkušebních tělesech. Hodnota kolem $m_e = 0,5$ se zpravidla používá pro oceli nízké a střední pevnosti – viz. obr. 15. Podobná závislost únavové pevnosti tvářené hliníkové slitiny pro počet cyklů $N_f = 5 \times 10^8$ je uveden na obr. 16. Hodnota $m_e = 0,4$ je vhodná pro materiály s nižší pevností. Jak u ocelí, tak i hliníkových slitin m_e je konstantní do určité hodnoty meze pevnosti. Od této hodnoty pevnosti má mez únavy hodnotu kolem 700 MPa (obr.15) pro většinu ocelí a přibližně 130 MPa v případě tvářených hliníkových slitin (obr. 16). Tento



trend ve spojení se skutečností, že růst tažnosti má za následek větší odolnost vůči únavě, má za následek, že slitiny s vysokou pevností mají malou tažnost.

Některé další typické hodnoty m_e jsou 0,4 pro litiny při $N_f = 10^7$ cyklů, 0,35 pro tvářené hořčíkové slitiny pro $N_f = 10^8$ cyklů a 0,5 pro titanové slitiny při $N_f = 10^7$ cyklů.

← Obr. 15

↗ Obr. 16

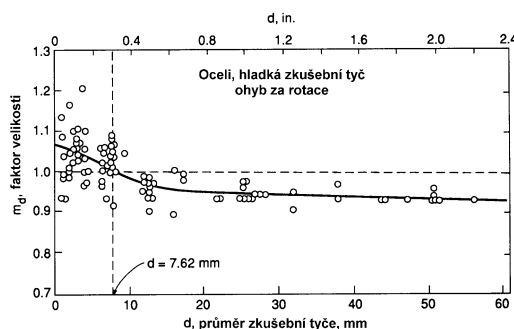
6.2 Faktory ovlivňující mez únavy

Doposud jsme hovořili o faktoru k_f , který vyjadřuje vliv vrubu na únavovou pevnost. To je však pouze jeden z vlivů, který redukuje únavovou pevnost. Například osové zatěžování má za následek snížení únavové pevnosti ve srovnání s ohybem – typické snížení je o 10 a více procent. V hrubém přiblížení je toto důsledek stejných jevů, o nichž jsme hovořili v souvislosti s vruby – procesní zóna, teorie nejslabšího článku případně dalších efektů vyvolaných působením gradientu

napětí při ohybu. Gradient napětí při ohybu (nebo torzi) vzniká v důsledku změny napětí v závislosti na vzdálenosti od povrchu materiálu. Dalším faktorem je např. malé, ale neznámé vyosení při osovém zatěžování, které může způsobit ohyb, který není zahrnut do výpočtu napětí $S = F/A$.

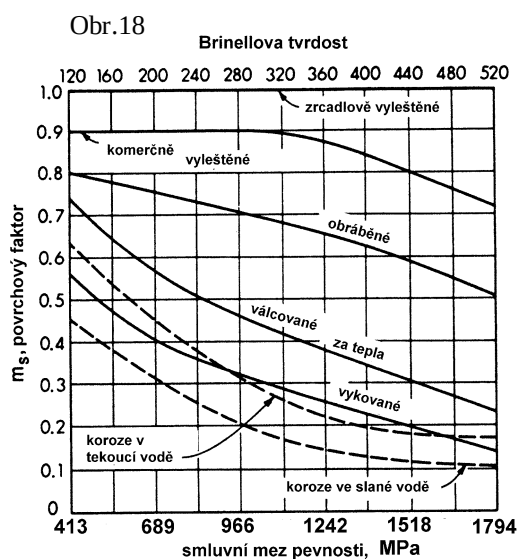
Stav napjatosti také ovlivňuje únavovou pevnost. V případě čistého krutu – oktaedrické smykové napětí – odhad meze únavy

$$\tau_{er} = \frac{\sigma_{erb}}{\sqrt{3}} = 0,577\sigma_{erb} \quad (29)$$



V případě velkých těles namáhaných v ohybu nebo krutu, vliv gradientu je příčinou, že únavová pevnost klesá v závislosti na velikosti součásti – hovoříme o vlivu velikosti (m_d). Z pohledu vlivu gradientu napětí lze říci, že v případě růstu průměru, resp. průřezu tělesa, roste objem materiálu podrobeného většímu napětí. Na ← obr. 17 je uveden příklad pro ocelové hřídele. Jak je vidět z obrázku, hodnota meze únavy při ohybu za rotace pro malá zkušební tělesa (typický průměr 8 mm) je označena jako jednička. S rostoucím průměrem pak tato hodnota klesá.

Další faktorem, který ovlivňuje mez únavy je kvalita povrchu. V případě, že povrchovou úpravou byl získán povrch drsnější než povrch vyleštěný, potom v případě únavové zkoušky hladkého tělesa je jak časová únavová pevnost, tak i mez únavy nižší ve srovnání s vyleštěným povrchem. Opatrné broušení snižuje únavovou pevnost o 10%, v případě běžného obrábění je tento pokles 20% nebo větší. Relativně drsný povrch, jako mají kované součásti případně odlitky, je příčinou poklesu meze únavy na poloviční hodnotu ve srovnání s hladkým povrchem. Obr. 18 (je umístěn na straně 13) ukazuje charakteristické hodnoty redukčního faktoru m_s zjištěné pro ocelové součásti s různými povrchy. Poznamenejme, že ovlivnění únavové pevnosti je tím větší, čím je vyšší pevnost oceli. To je důsledkem skutečnosti, že povrchové nerovnosti působí jako koncentrátoři napětí a jak jsme diskutovali výše, materiály s vyšší pevností jsou na vruby citlivější. Vliv drsnosti povrchu je komplikován jinými faktory, které doprovází výrobní procesy – tj. zbytková napětí od obrábění nebo tepelného zpracování, a také změny chemického složení nebo mikrostrukturní změny na povrchu, které provází např. válcování za tepla nebo kování.



pro obrobený povrch oceli nízké pevnosti podle obr. 18.

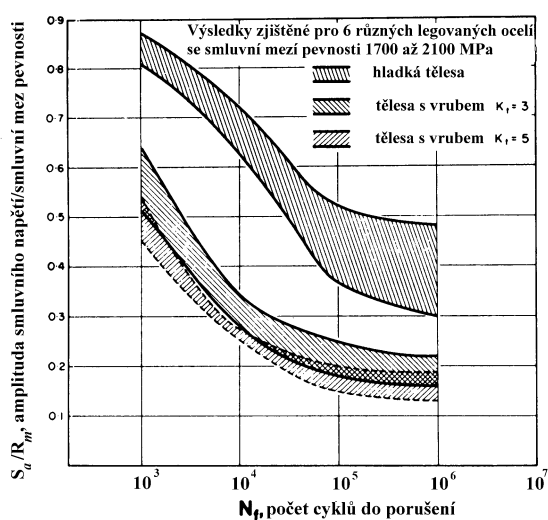
Jestliže výchozí bod pro odhad je smluvní mez kluzu R_m , pak mez únavy pro vrubovanou součást, S_{er} , získáme z rov. (30) použitím k_f .

$$S_{er} = \frac{\sigma_{er}}{k_f} = \frac{m \cdot R_m}{k_f} \quad (32)$$

7. Odhad S-N křivek

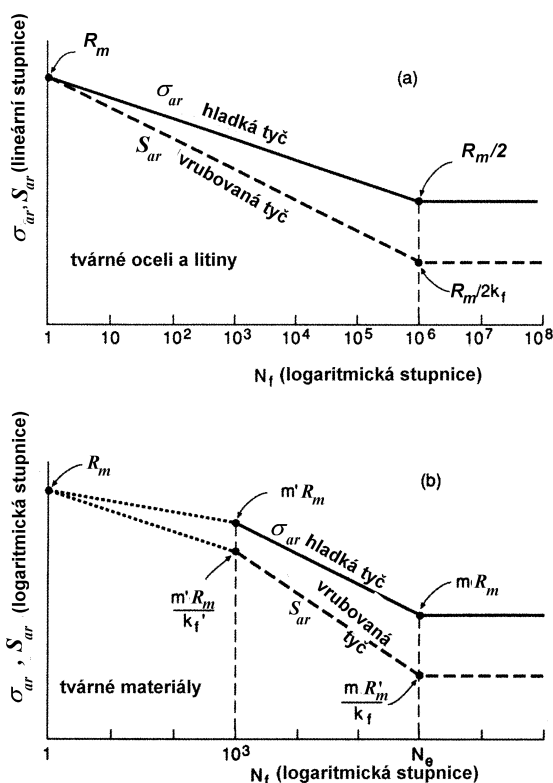
Odhady meze únavy konstrukčních materiálů tvoří součást procedury odhadu úplné S-N křivky (Wöhlerovy křivky). Nejčastěji používané a nejrozšířenější metody popisu S-N křivek jsou odhad podle Collinse (1981), Juvinallův a Marshekův odhad (1991) a posledním je odhad podle Shigleyho a Mischkeho (1989). Tyto metody zahrnují odhad meze únavy a jeden nebo dva body pro kratší doby života, jak ilustruje obr. 19 (je umístěný na straně 14). Přímková závislost v jednotlivých částech se pak používá v log-lineárních nebo log-log souřadnicích pro odhad libovolných dob únavového života.

Použití skutečných materiálových charakteristik je upřednostňováno před odhadem. Odhad S-N křivky je vhodný pro případy, kdy nejsou k dispozici data. Odhadu lze s úspěchem použít k předběžným výpočtům a pro hrubý odhad odolnosti daného materiálu vůči únavě. Druhové S-N křivky pro určité skupiny materiálu jsou také často dostupné. Příklad druhových S-N křivek je na obr. 20.



7.1 Odhady metodou podle Collinse

Odhad průběhu S-N křivky navržený v roce 1981 Collinsem pro tvárné oceli a litiny o pevnosti R_m menší než 1 200 MPa je následující: nakreslete přímku v log-lineárních souřadnicích, která prochází dvěma body – první bod (1 cyklus, napětí rovno hodnotě R_m), druhý bod (10^6 cyklů, napětí rovno polovině hodnoty R_m). Pro součást s vrubem použijeme stejnou proceduru s tím rozdílem, že hodnotu napětí ve druhém bodě dělíme hodnotou k_f . Tedy rov. 32 s konstantou $m = 0,5$ se použije pro odhad napětí pro $N_f = 10^6$ cyklů. V prvním bodě, v prvním cyklu se napětí vlivem přítomnosti vrubu nemění. Na tuto proceduru je proto možné pohlížet jako na metodu odhadu hodnoty k'_f , která se mění mezi jedničkou a hodnotou k_f pro jakýkoliv požadovaný únavový život mezi jedním a milionem počtu cyklů do porušení.



Obr. 19

7.2 Odhady metodami podle Juvinalla nebo Shigleyho.

Juvinallův a Marshkově (1991) metodě odhadu se předpokládá, že může být použita pro různé konstrukční kovy a podobná metoda navržená Shigleym a Mischkem (1989) pro oceli. Tyto přístupy jsou ilustrovány na obr. 19 (b). Oba přístupy používají log-log souřadnice, pevně stanovují bod při 1000 cyklech do porušení. A spojují jej přímkou s mezí únavy, která má specifikovaný počet cyklů N_e . V Juvinallově metodě se hodnota N_e mění podle materiálu, v Shigleyově metodě je $N_f = 10^6$.

Bod při 1000 cyklech se odhaduje na základě zkušenosti, že v případě symetrického cyklu hladké součásti je hodnota únavové pevnosti (označení σ'_{ar}) jen o něco málo menší než hodnota R_m (podle okolností se uvádí interval hodnot $0,75.R_m \leq \sigma'_{ar} \leq 0,9.R_m$). Tedy mnohé z faktorů, které ovlivňují mez únavy, tak jako velikost, povrchová úprava, prakticky tento únavový život neovlivňují. Z tohoto důvodu je účelné zavést nový faktor m' , jehož číselná hodnota leží v intervalu hodnot 0,75 až 0,90.

$$m' = \frac{\sigma'_{ar}}{R_m} \quad (N_f = 1000) \quad (35)$$

V případě vrubované součásti je odhadovaná amplituda napětí pro 1000 cyklů

$$S'_{ar} = \frac{m'.R'_m}{k'_f} \quad (N_f = 1000) \quad (36)$$

Pro ohyb nebo tah je hodnota R'_m rovna hodnotě smluvní meze kluzu R_m , pro krut je rovna smluvní mezi pevnosti ve smyku τ_m . Juvinall používá odhad a to pro oceli $\tau_m = 0,8.R_m$ a pro jiné tvárné materiály $\tau_m = 0,7.R_m$. Hodnota faktoru k'_f , jak jsme diskutovali výše, je u součástí s vrubem závislá na počtu cyklů. Juvinall přesto používá $k'_f = k_f$, což je v řadě případů velice konzervativní, ale na druhé straně má jisté oprávnění, protože zjednodušuje výpočty v případě víceosého zatěžování. Pro různé materiály je možné určit hodnoty k'_f podle obr.

10, který je převzat z práce Juvinalla. Naproti tomu Sigley používá $k'_f = 1$.

Pro počty cyklů vyšší než N_e je odhadnutá křivka S-N rovnoběžná s osou x . V žádné publikaci není odhad únavového života pro počet cyklů N_f menší než 1000 cyklů. Pro tvárné materiály existují dvě metody, které se liší v detailech odhadů různých redukčních faktorů tak jako m_e , m_t , m_d a m_s . Některé z těchto detailů jsou v tabulce 1.

Rovná S-N čára v log-lineárních souřadnicích má tvar rov. 5 v předcházejícím spisku o únavě.

$$S_{ar} = c + d \log N_f \quad (33)$$

Konstanty C a D mohou být určeny ze dvou známých bodů a vedou ke tvaru

$$S_{ar} = R_m \left(1 - \frac{2k_f - 1}{12k_f} \log N_f \right), \quad (N_f \leq 10^6) \quad (34a)$$

$$S_{ar} = \frac{R_m}{2k_f}, \quad (N_f \geq 10^6) \quad (34b)$$

kde konstantní únavová pevnost (mez únavy) je použita pro počet cyklů do porušení vyšší než 10^6 cyklů. Tato rovnice zahrnuje nevrubované součásti jako speciální případ pro $k_f = 1$. Nenulové střední napětí je zavedeno jednoduše použitím rov. 21 s $k_{fm} = 1$ pro tvárné materiály.

Přístup Collinse může být snadno rozšířen i na jiné materiály, a to zahrnutím přídavných modifikačních faktorů. Hodnota m může mít jinou hodnotu než 0,5 a může být použita pro odhad v jiném bodě S-N křivky než je hodnota 10^6 cyklů. Vezměme si příklad z obr. 16, $m_e = 0,4$ při $N_e = 5 \times 10^8$ cyklů do porušení, což jsou hodnoty, které mohou být použity k odhadu S-N křivky pro hliníkovou slitinu o mezi kluzu $R_m \leq 325$ MPa. Také logicky můžeme tuto metodu rozšířit pro křehké materiály použitím hodnoty R_m/k_f namísto R_m pro bod při $N_f = 1$.



Parametr	Použití	Juvinall (1991)	Shigley (1989)
Faktor pro mez únavy v ohybu, m_e	Oceli, $R_m \leq 1400$ MPa Oceli s vyšší pevností, Litiny; Al slitiny jestliže $R_m \leq 325$ MPa Al slitiny s vyšší pevností Hořčíkové slitiny	0,5 $\leq 0,5$ 0,4 $\sigma_{erb} = 130$ MPa 0,35	0,5 $\sigma_{erb} = 130$ MPa - - -
Faktor daný způsobem zatěžování, m_t	Ohyb Osové zatěžování Krut	1,0 1,0 0,58	1,0 0,92* 0,58
Faktor velikosti (gradientu napětí), m_d	Ohyb nebo krut** $d < 10$ mm $d = 10$ až 50 mm $d = 50$ až 100 mm $d = 100$ až 150 mm Osové zatěžování	1,0 0,9 0,8 0,7 0,7 až 0,9***	$(d/7,62 \text{ mm})^{-0,1133}$ $(d/7,62 \text{ mm})^{-0,1133}$ 0,6 až 0,75 0,6 až 0,75 1
Faktor úpravy povrchu, m_s	Leštěný povrch Broušený povrch Povrch po obrábění****	1,0 viz obr. 18 viz obr. 18	1,0 $1,58.(R_m)^{-0,085}$ $4,51.(R_m)^{-0,265}$
Počet cyklů odpovídající mezi únavy, N_e	Oceli, litiny Hliníkové slitiny Hořčíkové slitiny	10^6 5×10^8 10^8	10^6 - -
Konstanty pro bod při $N_f = 10^3$ m', k'_f	Ohyb nebo krut	$m' = 0,9$ $k'_f = k_f$	$m' = 0,9$ $k'_f = 1$
	Osové zatěžování, malá excentricita	$m' = 0,9$ $k'_f = k_f$	$m' = 0,9$ $k'_f = 1$

Poznámky:

*) Jestliže $R_m > 1\,520$ MPa, pak použijeme $m_t = 1,0$.

**) Pro symetrický ohyb (ne ohyb za rotace) nahradíme d hodnotou $d_e = 0,37d$ pro kruhový průřez, a hodnotou $0,81\sqrt{w \cdot t}$ pro obdélníkový průřez nosníku, kde w je šířka a t tloušťka.

***) Používá se pouze pro $d < 50$ mm a použití větší hodnoty jen v případě, že excentricita je malá.

****) V případě Shigleyho se dosazuje hodnota R_m v MPa.

Oba autoři používají faktor m_d k popisu vlivu velikosti, který se mění v závislosti na průměru součásti d , jak je uvedeno v tabulce 1. V případě ohybu součástí, které nemají kruhový průřez, je rozměr d interpretován Juvinalem jako šířka ohýbané součásti, což je vlastně přizpůsobení gradientu napětí. Shigley počítá objem zatížený napětím v rozsahu 95% maximální hodnoty. Na tomto základě stanovuje velikostní faktor jako ekvivalentní průměr odpovídající průměru součásti zatěžované ohybem za rotace o stejném zatíženém objemu. Obecně je třeba opatrně postupovat při odhadu únavových vlastností jiných materiálů než jsou oceli, protože většina hodnot a faktorů uváděných v literatuře platí právě a zpravidla jenom pro oceli.

Pro získání numerických hodnot $S-N$ křivky mezi hodnotami $N_f = 10^3$ a N_e použijeme rovnice 36 a 37. V podstatě jde o spojení dvou bodů

$$\begin{aligned} (S'_{ar}, N_f) &= \left(\frac{m'R'_m}{k'_f}, 10^3 \right) \\ (S_{er}, N_f) &= \left(\frac{mR_m}{k_f}, N_e \right) \end{aligned} \quad (37)$$

Vzhledem k tomu, že používáme log-log souřadnice, rovnice Wöhlerovy křivky má tvar

$$S_{ar} = A.(N_f)^B \quad (38)$$

Vyhodnocením konstant A a B dostaneme



$$B = \frac{\log \frac{m'R'_m k_f}{mR_m k'_f}}{\log N_e - 3}$$

$$A = \frac{mR_m}{N_e^B} = \left[\frac{\left(\frac{m'R'_m}{k'_f} \right)^{\frac{\log N_e}{3}}}{\frac{mR_m}{k_f}} \right]^{\frac{3}{\log N_e - 3}} \quad (39)$$

Tyto rovnice pro A a B mohou být podstatně zjednodušeny volbou N_e . Např. uvažujme Juvinallovu metodu, kde se používá $k_f = k_f$, k stanovení únavových vlastností součásti z oceli zatěžovanou tah-tlak, příp. ohybem a tedy $R'_m = R_m$ a $N_e = 10^6$. Potom

$$B = -\frac{1}{3} \log \frac{m'}{m}, \quad A = \frac{(m')^2 R_m}{m k_f} \quad (40)$$

Podobně v případě použití Shigleyho metody pro ocel za stejných podmínek zatěžování jako v předchozím případě - $k_f = k_f$, $m' = 0,9$, $R'_m = R_m$ a $N_e = 10^6$.

$$B = -\frac{1}{3} \log \frac{0,9 k_f}{m}, \quad A = \frac{0,81 R_m k_f}{m} \quad (41)$$

Nesmíme zapomenout, že konstanty A a B z rovnic (39) až (41) jsou určeny k použití pouze v intervalu počtu cyklů $10^3 \leq N_f \leq 10^6$.

7.3 Diskuse

Tři diskutované metody odhadu S-N křivek jsou v podstatě velice hrubými odhady křivek životnosti použitelné za jistých předpokladů ke konstrukčnímu návrhu. Praktické použití Collinsovy metody obecně vyžaduje mez únavy redukovat pod hodnotu $m = 0,5$ použitím přídavných redukčních faktorů zohledňujících velikost součásti, povrchovou úpravu a pod. Juvinallova metoda je podobně příliš konzervativní ve srovnání se skutečností, zvláště používáním $k_f = k_f$ pro krátké doby života. Tento nedostatek lze částečně vyloučit přesnějším odhadem k_f při $N_f = 10^3$ podle obr. 12.

Ze tří diskutovaných metod je Juvinallova metoda nejkomplexnější. Zahrnuje neželezné kovy a užívá nižší hodnotu faktoru m' pro $N_f = 10^6$ v případě tahového namáhání ve srovnání s ohybem, příp. krutem. Různé hodnoty m' vystihují trendy, které ovlivňují S-N křivky tvárných materiálů – chování při krátkých dobách únavové životnosti kdy se již blížíme k zplastisování celého průřezu. Konkrétně pokles S-N křivky nastává, když nominální napětí S_n v průřezu v místě vrubu je sníženo plastickou deformací. Např. ideální elasticko-plastické chování nastává při $S_{no} = R_e$ při tahovém zatěžování, ale při $S_{no} = 1,5R_e$ při ohybu pravoúhlého průřezu. To je vlastně příčina, proč jsou S-N křivky v oblasti malého počtu cyklů do porušení nižší v případě osového namáhání ve srovnání s namáháním ohybovým.

Pokud jde o vliv středního napětí, použití $k_{fm} = 1$ pro tvárné materiály – metoda Collinse a Shigleyho – jedná se o hrubou aproximaci, protože k_{fm} se mění v rozmezí 0 až k_t (viz. obr. 14). Volba $k_{fm} = 1$ má za následek, že odhad je nekonzervativní v případě tahového napětí pro dlouhé doby únavového života zvláště pro materiály se střední tažností, které nemohou být klasifikovány jako křehké. Juvinallov přístup k zohlednění plastické deformace na střední napětí je mnohem podrobnější – rov. 27 – změna k_{fm} v závislosti jak na napětí, tak i mezi kluzu materiálu.



Únava materiálu II - souhrn

Součásti s vruby

Koncentrátory napětí (vruby) snižují únavovou pevnost a je proto nutná jistá opatrnost při konstruktérských výpočtech. Pokles pevnosti není zpravidla tak významný, jak vyplývá z výpočtů, které zahrnují elastický součinitel koncentrace napětí k_t . Pro výpočty únavové pevnosti se proto používá únavový součinitel koncentrace napětí. Hodnota tohoto součinitele se počítá z k_t a empirických závislostí jež vyjadřují hodnotu vrubové citlivosti (q) daného materiálu a rádius vrubu.

$$k_f = 1 + q(k_t - 1). \quad (1)$$

Empirické informace mohou být také vyjádřeny ve formě materiálové charakteristiky. Např. Peterson používá materiálovou charakteristiku α a rádius vrubu ρ k odhadu k_f .

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}. \quad (2)$$

V případě tvárných materiálů plastická deformace způsobuje mnohem větší redukci k_f v oblasti krátkého únavového života. Obecnější proměnnou je k'_f , která se mění podle potřeby s délkou únavového života. Limitními hodnotami k'_f jsou k_f a jednička pro dlouhý, případně krátký únavový život.

Působí-li střední napětí na součást s vrubem, pak kombinaci amplitudy napětí a středního napětí můžeme vyjádřit hodnotou amplitudy symetrického cyklu

$$S_{ar} = \frac{S_a}{1 - \frac{k_{fm} S_m}{R_m}}, \quad (3)$$

kde $k_{fm}=1$ (tvárné materiály)
 $k_{fm} = k'_f = k_f$ (křehké materiály).

Hodnota únavového vrubového součinitele součásti zatížené středním napětím se může ve skutečnosti blížit nule, v případě krátkého únavového života, vlivem plastické deformace a v případě dlouhého únavového života se může blížit hodnotě k_f . Proto použití jediné hodnoty a to jedničky, jak je uvedeno ve vztahu (3), je poměrně hrubou aproximací. Mnohem propracovanější přístup je vyjádřit hodnotu k_{fm} jako proměnnou, která zahrnuje vliv plastické deformace (viz přednášky).

K výpočtům odolnosti součásti vůči únavovému porušení v případě nízkých provozních napětí a dlouhé životnosti se používá materiálová charakteristika σ_{er} - mez únavy. V případě, že není tato materiálová charakteristika dostupná z materiálových databází, pak pro kovové materiály se používá odhad na základě korelací meze únavy s hodnotou meze pevnosti R_m . Při použití hodnoty σ_{er} pro výpočty se používá únavový vrubový faktor a další modifikující faktory, jež závisí na typu zatěžování, velikosti součásti a povrchové úpravě součásti.

Při působení vyšších napětí kdy dochází k únavovému porušení po určitém počtu cyklů je materiálovou charakteristikou časová mez únavy, která se stanoví na základě S-N křivky. Nejvhodnější je znát parametry těchto křivek z databázových údajů. V případě nedostupnosti těchto dat je možné opět použít některou z metod odhadu. Typickými metodami odhadu jsou metoda Collinse, Juvinalla případně Shigleyho. Nejúplnější metodou je metoda podle Juvinalla. Podrobně byly tyto metody uvedeny v přednáškách.

Základním požadavkem bezpečnosti vůči únavovému porušení je dodržet únavový vrubový faktor na co nejnižší úrovni a vyhnout se takovým případům jako je tření a tahová zbytková napětí zavedená do součásti během výroby. Naproti tomu je příznivý vliv tlakových povrchových napětí. Bezpečnostní faktory se používají jednak napěťové a jednak časové (faktor únavového života, který má hodnotu kolem 10 a větší). Časový faktor omezuje vliv malých změn jak v působícím napětí, tak i v S-N křivce.