



1-**Anelasticita** – vnitřní útlum (vnitřní tření)

- metody měření vnitřního útlumu (logaritmický dekrement útlumu η , koeficient ztrát η)
- podstata vnitřního tlumení
- příklad volby materiálu z hlediska vnitřního tlumení

2-**Základní zkoušky** napětíových a deformačních charakteristik

- kovové materiály– tahová zkouška (ČSN EN 10 002-1)
- plasty – tahová zkouška (ČSN EN ISO 527)
- keramické kompozity - tahová zkouška (ČSN EN 658)

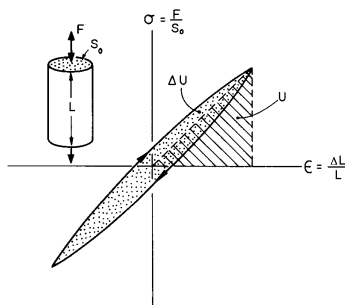
3-**Fyzikální podstata** pevnosti kovových materiálů

- dislokace – deformace monokrystalu, - deformace polykrystalu
- mez kluzu nízkouhlíkových ocelí, Hallův Petchův vztah
- vliv teploty a rychlosti deformace na mez kluzu

4-**Skutečný tahový diagram** (exponent deformačního zpevnění, Rambergův Osgoodův vztah)

5- **Příklad** – odvození vztahu deformační napětí $\approx$ tvrdost

Ad 1-**Anelasticita** – vnitřní útlum



←Obr. 1

Obr.2→

Schopnost materiálu rozptýlovat elastickou energii při vibracích. Mírou vnitřního útlumu je zpravidla koeficient

ztrát $\eta = \frac{\Delta U}{2\pi U}$ (viz. obr.1), nebo logaritmický dekrement

útlumu $\vartheta = \ln\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)$ (logaritmus poměru dvou po sobě

jdoucích amplitudách při volných kmitech). Podle příčiny útlumu hovoříme o

- frekvenčně závislém vnitřním útlumu (podmíněný nějakým relaxačním procesem a zajímá spíše materiálové vědce – termoelastický útlum, relaxační procesy v plastech, difuze uhlíku v tuhém roztoku α -železa = Snoekův útlum, Bordoniho maximum útlumu).
- frekvenčně nezávislém vnitřním útlumu – tato vlastnost zajímá konstruktéry – kolejová vozidla, převodová skříně, drcení cukrové třtiny, řízená střela a pod. Vhodné materiály jsou např.
 - slitiny hořčíku – vratná dvojčatová deformace
 - slitina (Mn-Cu) – vratná martenzitická transformace
 - litina – rozptyl energie na grafitických částicích
 - beton – rozptyl na nehomogenní struktuře

Volba materiálu pro tabuli (desku) třepacího stroje. (třepací stroj – zkoušení součástí pro auta, letadla)

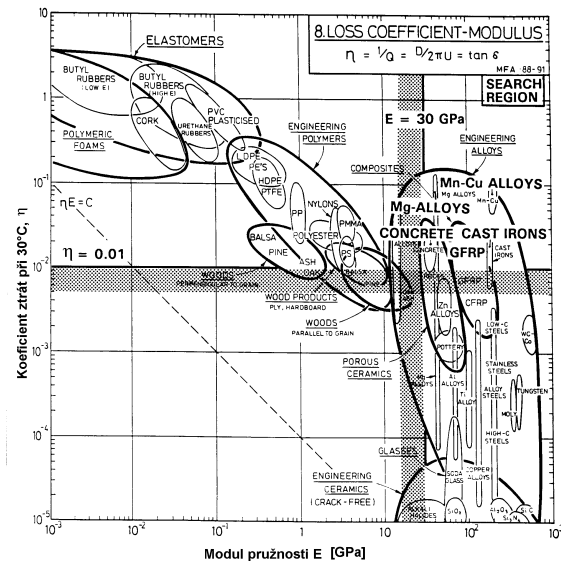
Materiálové požadavky:

- nízká váha ρ
- velká tuhost $E > 30$ GPa
- vysoká vlastní frekvence $(E/\rho)^{1/2}$
- vysoký koeficient útlumu $\eta \approx 10^{-2}$

Materiál	η	$(E/\rho)^{1/2}$	ρ [Mg/m ³]	Hodnocení
Mg slitiny	$10^{-2} - 10^{-1}$	$5 \cdot 10^3$	1,75	Nejlepší kombinace
Slitina Mn-Cu	10^{-1}	$3,5 \cdot 10^3$	8	Útlum dobrý, ale těžký
KFRP/GFRP	$2 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^3$	1,8	Možný
litina	$2 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^3$	7,8	Dobrý/těžký
Beton	$2 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^3$	2,5	Možný

Kombinace materiálů – sendvičovitě materiály plast, kov

Volba materiálu podle nomogramů zpracovaných anglickým profesorem Ashbym – viz. obr.2





2-Základní zkoušky napěťových a deformačních charakteristik

Kovové materiály - zkouška tahem - má pět částí

ČSN EN 10 002-1 Zkouška tahem za okolní teploty [42 0310]

ČSN EN 10 002-2 Ověřování siloměrného ústrojí zkušebních strojů [25 0249]

ČSN EN 10 002-3 Kalibrace zařízení k ověřování siloměrných ústrojí zkušebních strojů [25 0255]

ČSN EN 10 002-4 Ověřování průtahoměrů používaných při zkoušce jednoosým zatěžováním [25 0250]

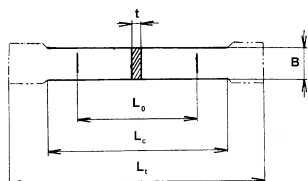
ČSN EN 10 002-5 Zkouška tahem za zvýšených teplot [42 0312]

(Pozn. V hranatých závorkách je uveden třídicí znak normy. Metodika zkoušky – první a poslední norma – je ze třídy hutnictví 42, má skupinu 03 zkoušení. Prostřední normy jsou ze třídy 25 – zkušební zařízení. Podle třídicích znaků je možné pohodlně vyhledávat informace – přesný název, poslední datum aktualizace příp. i cenu normy).

Několik poznámek k ČSN EN 10 002-1. Tato norma uvádí jak stanovit mez kluzu, mez pevnosti, zúžení a tažnost. Podstata zkoušky – deformace zkušební tyče tahovým zatížením obvykle do přetržení pro stanovení jedné nebo více mechanických charakteristik definovaných v normě.

Zkušební tyče – tři typy zkušebních tyčí + zkoušky trubek

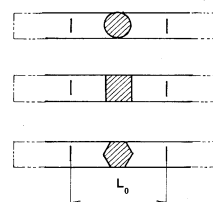
A) Zkušební tyče pro tenké výrobky → pásy, plechy, ploché výrobky od tloušťky $t = 0,1$ do 3 mm (nepoměrná zkušební tyč, obr. 3)



Obr.3

Typ	Šířka B	L_0	L_c	L_t (min)
1	12,5	50	75	87,5
2	20	80	120	140

Obr.4



B) Zkušební tyče pro dráty, tyče a profily o průměru nebo tloušťce menší než 4mm,

obr.4. Zpravidla se volí $L_0 = 200\text{mm}$, pro $\varnothing$ větší než 2mm počítáme ze vztahu $L_0 = 11,3 \cdot \sqrt{S_0}$, kde S_0 průřez tyče, minimální $L_0 = 20\text{ mm}$.

C) Zkušební tyče z plechů a plochých výrobků o tloušťce větší než 3 mm a dráty, tyče a profily o $\varnothing$ větším než 4mm. V tomto případě se používá poměrná zkušební tyč,

což značí, že je definován poměr $k = \frac{L_0}{\sqrt{S_0}}$, kde $k = 5,65$ (11,3). Poměrná zkušební

tyč má význam pro měření tažnosti A.

D) Zkušební tyče z trubek

Trubky do $\varnothing 25\text{ mm}$ se zkouší i) uložením na trny, ii) zploštěním konců. V případě větších průměrů se vyřezávají z trubek podélné pásy.

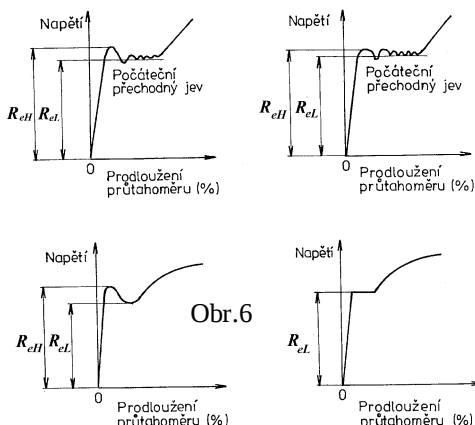
Podmínky zkoušky

Teplota zkoušky = (10 až 35)°C, pro arbitrážní řízení (23 ± 5)°C

Rychlost zatěžování se volí podle veličiny, která se měří. V případě určování R_{eH} u ocelí, pak rychlost nárůstu napětí $\dot{R} = 6 \approx 30\text{ MPa.s}^{-1}$. Hodnoty meze kluzu, které souvisí s deformací $R_{p0,2}$, R_{eL} se měří za podmínky dodržení rychlosti deformace $\dot{\epsilon} = (0,025 \approx 0,25)\text{ \% .s}^{-1}$, za meze kluzu, při stanovení smluvní meze pevnosti je možné zvednout rychlost deformace až na hodnotu $\dot{\epsilon} = 0,8\text{ \% .s}^{-1}$.

Napěťové charakteristiky

Smluvní **mez pevnosti** $R_m = \frac{F_{max}}{S_0}$ [MPa, N.mm⁻²], kde F_{max} maximální síla v záznamu síla – prodloužení, S_0 – původní průřez zkušební tyče.



Obr.6

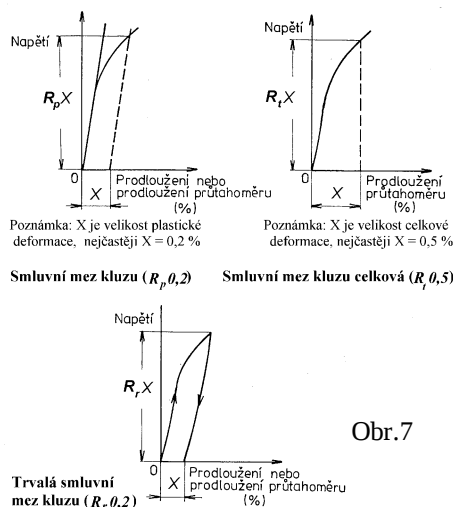
Mez kluzu – obecně se pro kovy používá symbol R_e [MPa, N.mm⁻²] (v normě ISO, která byla do EN převzata pro plasty se používá pro mez kluzu symbol σ_y)

Podle tvaru záznamu síla-prodloužení rozlišujeme-

a) závislost s nespojitým přechodem z elastické do elastickoplastické deformace (obr. 6) – v normě se hovoří o přechodovém jevu (v науке jsme hovořili o Lüdersově deformaci) – **Horní R_{eH} a dolní R_{eL} mez kluzu.** Tento typ záznamu je charakteristický pro nízkouhlíkové a nízkolegované oceli. Kontrola jakosti těchto materiálů se hodnotí pomocí R_{eH} , mez kluzu v materiálových listech (např. 411373), normy EN nemají materiálové listy, ale tzv. dodací podmínky, kde jsou sdruženy určité materiály např. ČSN EN 10 025 – výrobky válcované za tepla z nelegovaných konstrukčních ocelí (oceli



pro ocelové konstrukce S185, S235, S275, S355, nebo oceli pro strojní součásti E295, E335, E360 → čísla vyjadřují horní mez kluzu). V případě arbitráže se místo R_{eH} používá smluvní hodnota meze kluzu $R_{p0,2}$. Smluvní meze kluzu jsou (obr.7):



Obr.7

Smluvní meze kluzu R_p (hodnota plastické deformace v %) [MPa, N.mm⁻²] nejčastěji se používá $R_{p0,2}$, ale používá se i R_{p1} , $R_{p0,1}$.

Smluvní meze kluzu celková R_t (hodnota celkové deformace v %) [MPa, N.mm⁻²], zpravidla se používá $R_{t0,5}$

Smluvní meze kluzu trvalá R_r (hodnota plastické deformace v %) [MPa, N.mm⁻²], zpravidla se používá $R_{r0,2}$

Deformační charakteristiky

$$\text{Zúžení } Z = \frac{S_0 - S_u}{S_0} \cdot 100 [\%], \text{ tažnost } A = \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 [\%],$$

S_0 ; L_0 – původní průřez; měřená délka, S_u ; L_u – průřez v místě lomu; vzdálenost rysek na přetrženém tělese, které označovaly měřenou délku.

Proč se zavádí dvě deformační charakteristiky. Důvodem je nerovnoměrná deformace (výskyt krčku) zkušebního tělesa. Do okamžiku plastické nestability platí mezi tažností a zúžením

jednoznačný vztah (v případě rovnoměrné deformace) $Z_g = \frac{A_g}{1 + A_g}$, $A_g = \frac{Z_g}{1 - Z_g}$ (odvození z předpokladu

neměnného objemu při plastické deformaci). Materiálová charakteristika A má index podle toho na jakém zkušebním tělese byla určena.

- tenké plechy A_{50} A_{80}
- tenké dráty A_{100} A_{200}
- tlusté výrobky $A(A_{5,65})$ $A_{11,3}$ nový termín poměrná zkušební tyč (místo dlouhá, krátká tyč)

Pokud není tažnost určena na stejných tělesech příp. na tělesech se stejným poměrem k , pak není možné srovnávat hodnoty A . V normě pro tahovou zkoušku ČSN EN 10 002-1 jsou odkazy na normu ISO 2566 – převodní tabulky hodnot tažnosti. Norma ISO má dvě části, část 1.- uhlíkové a nízkolegované oceli, část 2. – austenitické oceli.

Část 1. – přepočtení tažnosti zjištěné na tělesech s různým k (založeno na výsledcích práce D.A. Olivera z roku 1928). Omezení této metody $\frac{L_0}{\sqrt{S_0}} < 25$, šířka tělesa/tloušťka tělesa < 20

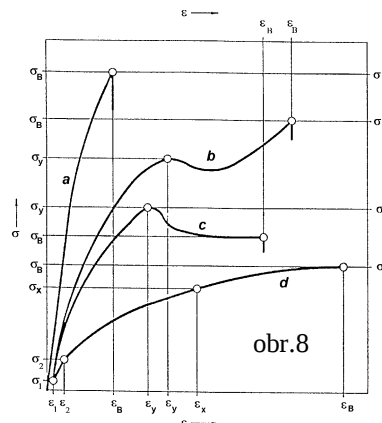
Vlastní výpočet. Máme dvě různá zkušební tělesa o hodnotách $k^I = \frac{L_0^I}{\sqrt{S_0^I}}$, $k^{II} = \frac{L_0^{II}}{\sqrt{S_0^{II}}}$ a na nich byly určeny

hodnoty tažnosti A^I , A^{II} . Mezi hodnotami A platí vztah $\frac{A^{II}}{A^I} = \left(\frac{k^I}{k^{II}} \right)^{0,4}$ (Nechť $k^I = 5,65$, $k^{II} = 11,3$ pak platí

$$A_{11,3} = A_{5,65} \cdot 0,759)$$

Materiálové charakteristiky, které nejsou v normě pro ČSN EN 10 002, ale někdy se z tahové zkoušky určují a to nejen u kovů

- ❖ modul pružnosti v tahu (kovy a plasty). V případě plastů ČSN EN ISO 527 (ČSN 640604) je norma pro tahové zkoušky rozdělena opět na pět částí, ale na rozdíl od kovů se jednotlivé části vztahují k různým druhům materiálů. Část -1) základní principy, -2) tvářené plasty, -3) folie-desky, -4) isotropní a orthotropní plastové kompozity. – 5) kompozity vyztužené jednosměrnými vlákny. Symboly se ve srovnání s normou pro kovy liší. Z charakteristik se určují pouze charakteristiky napětíové. Obr. 8 je převzat z normy a) je křehký materiál, b) c) houževnatý materiál s mezí kluzu, d) materiál bez výrazné meze kluzu. Jednotlivé symboly σ_M mez pevnosti v tahu, σ_B lomové napětí v tahu, σ_y napětí na mezi kluzu, σ_x smluvní napětí pro x%ním poměrném prodloužení (na rozdíl od kovů se zde bere deformace celková, plastová norma nezná pojem plastické deformace).





❖ Energetické charakteristiky

- a) resilience (modul resilience) – materiálová charakteristika, která vyjadřuje množství energie v jednotce objemu materiálu zatíženého napětím, které odpovídá R_e , požadována teplotní závislost této veličiny u materiálů pro trubky výměníků tepla – KPS Brno

$$w_{el} = \int_0^{R_e} R_e d\varepsilon = \frac{E \cdot \varepsilon_{R_e}^2}{2} = \frac{R_e^2}{2 \cdot E} \quad \odot \text{ k odvození potřebujeme znát Hookův zákon, rozměr je MJ.m}^{-3}$$

- b) tahová houževnatost = množství energie (mechanické práce) potřebné k porušení materiálu. Původně byla odvozena a zpracovávána pro kovy (oblast výzkumu) porovnávání je možné pouze pro poměrná zkušební tělesa

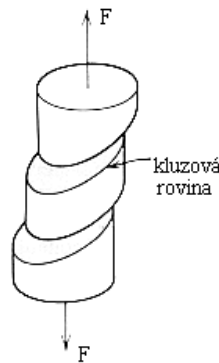
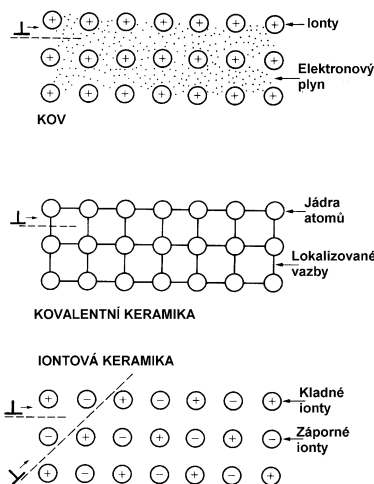
$$w_f = \frac{R_e + R_m}{2} \frac{A}{100} \quad \text{nebo pro křehké materiály} \quad w_f = \frac{2}{3} R_m \frac{A}{100} \quad [\text{MJ/m}^3]$$

- c) tahová houževnatost se dostala do normy ČSN EN 658-1 (72 7510) – Mechanické vlastnosti keramických kompozitů při pokojové teplotě – Část 1. stanovení tahových vlastností. Přesný název je kumulativní energie při poškození Φ (cumulative damage energy). Definice je stejná jako v b), energie daná plochou pod tahovým diagramem, ale protože v případě keramických kompozitů nevzniká krček má tento výraz tvar

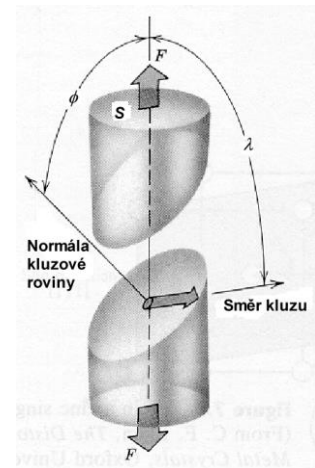
$$\Phi = \frac{1}{L_0 \cdot S_0} \int_0^{l_{om}} F \cdot d(\Delta L) \quad [\text{kJ/m}^3]$$

- ❖ Deformační zpevnění (kovové materiály), mírou deformačního zpevnění je poměr $1,2 < (\frac{R_m}{R_e}) < 1,4$, hodnota větší než 1,4 velké deformační zpevnění, menší než 1,2 malé deformační zpevnění.

3) Fyzikální podstata pevnosti (kovy)



↑ obr. 10
← obr. 9



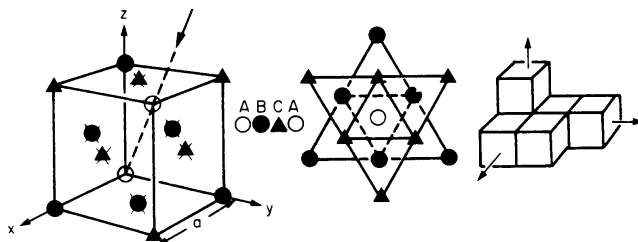
↑ Obr. 11

Z Nauky o materiálu víme, že v krystalové mřížce se vyskytují čárové poruchy (dislokace), které umožňují plastickou deformaci a to pod účinkem smykového napětí. Toto platí jednak pro vazbu kovovou a částečně pro vazbu iontovou. V případě vazby kovalentní jsou dislokace za normální teploty prakticky nepohyblivé (obr.9).

První pokusy byly dělány v padesátých letech na monokrystalech kovů. Z těchto pokusů vyplynulo:

- projevem plastické deformace jsou na povrchu krystalu kluzové čáry (obr.10)
- směr kluzu je totožný s nejhustěji obsazenými rovinami
- kluz probíhá v té kluzové rovině, kde působí největší kluzové napětí

Kolik kluzových rovin obsahuje která mřížka:



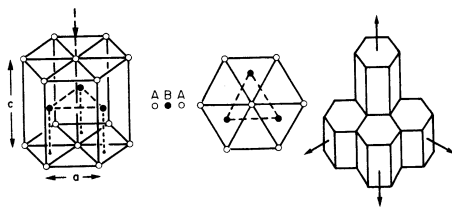
⇐ fcc mřížka – kubická plošně centrovaná

kluzová rovina $\{111\}$ ty jsou celkem 4

směr kluzu $\langle 1\bar{1}0 \rangle$ ty jsou celkem 3,

dohromady je zde 12 kluzových systémů.

Al, Ni, Au, Ag, Cu, γ -Fe



⇐ hcp mřížka – hexagonální s těsným uspořádáním

nejhustěji obsazená rovina $\{0001\}$ je 1, nejhustěji obsazené směry $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ jsou 3, tedy celkem tři kluzové systémy – za snížených teplot to platí pro Cd, Zn, Be, Mg, Ti. Při vyšších teplotách příp. u mřížek kde $c/a < 1,633$ se objeví kluzová rovina $\{1\bar{1}00\}$ ta je jedna a tři směry $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ to jsou další tři

kluzové systémy – objevují se u Ti, Mg, Zn – dále roviny $\{1011\}$ jsou 2 a tři směry typu $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ tvoří šest

kluzových systémů Ti, Mg.

Poslední mřížka v níž krystalizují kovy je **bcc – kubická prostorově centrovaná**

typ roviny	počet rovin	typ směru	počet směrů	počet kluzových systémů	kov
$\{110\}$	4	$\langle \bar{1}11 \rangle$	3	12	α -Fe, W, Mo
$\{211\}$	4	$\langle \bar{1}11 \rangle$	3	12	α -Fe, W,
$\{321\}$	8	$\langle \bar{1}11 \rangle$	3	24	α -Fe,

Schmidtův zákon (obr.11) $\tau = \sigma \cdot \cos \phi \sin \phi$ - zákon kritického kluzového napětí: Kluz v daném kluzovém systému nastane tehdy, když hodnoty smykového napětí v daném kluzovém systému dosáhne kritické hodnoty $\tau_{krit.}$

☺ Jak vypadá tahový diagram monokrystalu – závisí na orientaci kluzových rovin vůči působící síle, přepočítává se na závislost smykového napětí – smyková deformace, diagram má tři oblasti. I. oblast snadného kluzu, II. oblast lineárního zpevnění, III. oblast odpevnění. Co je typické pro jednotlivé mřížky?

fcc $\tau_{krit} \equiv (0,3 \text{ až } 0,8) \text{ MPa}$, délka I. stadia asi 30%, závislé na teplotě II. a III. stadium

hcp $\tau_{krit} \equiv (0,3 \text{ až } 0,8) \text{ MPa}$, délka I. stadia asi 200%, závislé na teplotě II. a III. stadium

bcc $\tau_{krit} \equiv (3 \text{ až } 8) \text{ MPa}$, a τ_{krit} citlivé na růst rychlosti zatěžování a pokles teploty

Konstrukční materiál je zpravidla polykrystal (velikost krystalů 0,05 až 0,005 mm). Přítomnost zrn vede k vyšší odolnosti materiálu vůči plastické deformaci, příp. plastickou deformaci vylučuje.

Důvod – u monokrystalů se dislokace během deformace dostávají na povrch. V případě polykrystalického materiálu je tomu tak jen u velice malého procenta zrn, které jsou na povrchu tělesa. Hranice zrn jsou pro dislokace nepřekonatelé překážky. Aby se během plastické deformace vytvořily díry na hranicích zrn, ale jednotlivá zrna se tvarově navzájem přizpůsobila musí, existovat v materiálu pět nezávislých kluzových systémů (Von Missessova podmínka, nebo Taylorův princip)

PONAUCENÍ Co musí být splněno, aby se polykrystalický materiál mohl plasticky deformovat? Podmínky jsou dvě - pohyblivé dislokace + pět nezávislých kluzových systémů.

Příklady:

- ✓ kovalentní keramika za normální teploty – nejsou pohyblivé dislokace – materiál je křehký
- ✓ sklo – nejsou pohyblivé dislokace – materiál je křehký
- ✓ iontová keramika – jako monokrystal jsou plasticky deformovatelné (např. NaCl, LiF), ale jako polykrystal křehká (malý počet kluzových rovin)
- ✓ o materiálech s kovovou vazbou podle typu krystalové mřížky můžeme říci:
 - **fcc mřížka** (malé τ_{krit} + 12 nezávislých kluzových rovin) – **tvárný materiál**
 - **hcp mřížka** (malé τ_{krit} + někdy jen 3 nezávislé kluzové roviny) – **zpravidla křehký**
 - **bcc mřížka** (velké τ_{krit} + mnoho nezávislých kluzových rovin) – **pevný a tvárný**.

☺ Jaký má vliv velikost zrna na mez kluzu příp. deformační napětí? Pro vyjádření této závislosti se používá

Hallova Petchova rovnice, která má tvar $R_e = \sigma_i + k_y d^{-1/2}$, kde σ_i je napětí, které vyjadřuje odpor krystalové mřížky proti pohybu dislokací v rámci jednoho zrna a k_y konstanta vyjadřující uchycení dislokací v zrně.

Mez kluzu nízkouhlíkových a nízkolegovaných ocelí

Tahový diagram těchto ocelí se vyznačuje

- (a) nespojitost na začátku tahového diagramu – pojmy R_{eH} , R_{eL} a Lüdersova deformace ϵ_L ,
- (b) R_{eL} a ϵ_L závisí na velikosti zrna d . Hodnoty R_{eL} a ϵ_L $\uparrow$, když velikost d $\downarrow$,
- (c) R_{eL} závisí na podmínkách zkoušky, R_{eL} $\uparrow$, když klesá teplota ($t < 20^\circ\text{C}$) a roste rychlost deformace ($\dot{\epsilon} < 10^{-3}\text{s}^{-1}$)



Ad (a) proč dochází ke vzniku nespojitosti – blokování dislokací atomy C+N. Důkaz - tepelné stárnutí, stárnutí po deformaci.

Ad (b) odvození H-P rovnice

Definujeme τ_{max} jako smykové napětí působící ve kluzové rovině vyvolané vnějším napětím, τ_i – napětí působící proti pohybu dislokací, τ_D – napětí nutné ke vzniku (uvolnění dislokací). V bodě B (vzdáleném od hranice ox) je

koncentrace napětí dána vztahem $(\tau_{max} - \tau_i) \cdot \sqrt{\frac{L}{x}}$, kde L je délka

nakupení. K plastické deformaci v místě B dojde, když

$$\tau_D = \tau_{max} + (\tau_{max} - \tau_i) \sqrt{\frac{L}{x}}$$

$$\tau_{max} = \frac{\tau_i + \tau_D \sqrt{\frac{x}{L}}}{1 + \frac{x}{L}}, \quad \sqrt{\frac{x}{L}} \ll 1$$

$$\tau_{max} = \tau_i + k_y' d^{-1/2},$$

$$\sigma_i = 2\tau_i, k_y = 2^{3/2} k_y'$$

$$R_e = \sigma_i + k_y d^{-1/2}$$

Poznání H-P rovnice mělo význam pro vývoj ocelí s vyšší mezí kluzu. Zvyšování meze kluzu pomocí zjemňování zrna (normalizace, řízené válcování). Poznání napětí σ_i - napětí působícího proti pohybu dislokací.

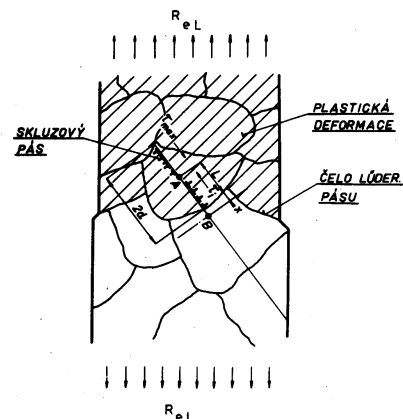
$$\sigma_i = \sigma_0 + \sigma_\mu + \sigma_{t.r.} + \sigma_{p.r.}$$

σ_0 – P-N napětí

σ_μ - odpor vyvolaný přítomností jiných dislokací

$\sigma_{t.r.}$ - zpevnění tuhým roztokem

$\sigma_{p.r.}$ - precipitační zpevnění.



4-Skutečný tahový diagram (exponent deformačního zpevnění, Rambergův Osgoodův vztah)

V normě ČSN EN 10002 se hovoří o tzv. smluvním tahovém diagramu. Pro výpočtáře je výhodnější skutečný tahový diagram. Pro jeho zpracování je třeba zavést skutečné napětí a skutečnou deformaci.

Skutečné napětí $\sigma = \frac{F}{S}$, kde F je okamžitá hodnota síly a S okamžitá hodnota průřezu. Mezi skutečným a

smluvním napětím platí vztah $\sigma = R \frac{S_0}{S}$. Víme, že plastická deformace nemění objem a tedy platí $L_0 S_0 = L S \Rightarrow$

$$\frac{S_0}{S} = \frac{L}{L_0} = \frac{\Delta L + L_0}{L_0} = (\varepsilon + 1). \text{ Odtud platí } \sigma = R(1 + \varepsilon).$$

Poměrné deformace nejde sečítat $\Rightarrow$ zavedeme diferenciál deformace $\frac{dL}{L}$ a skutečnou deformaci $\bar{\varepsilon}$ vypočteme

$$\text{integrací } \bar{\varepsilon} = \int_{L_0}^{L_1} \frac{dL}{L} = \ln L_1 - \ln L_0 = \ln \left(\frac{L_1}{L_0} \right) = \ln \left(\frac{\Delta L}{L_0} + 1 \right) = \ln(\varepsilon + 1); \quad \bar{\varepsilon} = \ln \left(\frac{S_0}{S} \right)$$

Co platí při plastické nestabilitě

$$dF = 0$$

$$d(\sigma \cdot S) = 0 = S d\sigma + \sigma dS$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{dS}{S}$$

$$dV = 0$$

$$d(LS) = 0 = S dL + L dS$$

$$\frac{dL}{L} = d\bar{\varepsilon}_p = -\frac{dS}{S}$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = d\bar{\varepsilon}_p$$

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\bar{\varepsilon}_p}$$

(1)

Skutečný tahový diagram se aproximuje různými funkcemi, nejznámější je tzv. Holomonův vztah



$$\sigma = k \bar{\epsilon}_p^n, \quad (2)$$

kde k je koeficient n exponent deformačního zpevnění

podle normy se materiálové charakteristiky n a k určují tak, že smluvní tahový diagram se přepočte na diagram skutečný v oblasti rovnoměrného zúžení (do plastické nestability). Takto přepočtený diagram se pak vynese v log-log souřadnicích, $\Rightarrow \sigma = \ln k + n \ln \bar{\epsilon}_p$

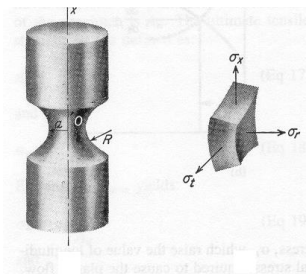
Méně pracný odhad exponentu n -

Vydeme ze vztahu (1) a rovnici (2) derivujeme $\frac{d\sigma}{d\bar{\epsilon}_p} = k \cdot n (\bar{\epsilon}_p)^{n-1} = \sigma = k \bar{\epsilon}_p^n$, odtud plyne, že v okamžiku

plastické nestability platí $n = \bar{\epsilon}_p$, tj. hodnota skutečné plastické deformace v okamžiku plastické nestability je rovna hodnotě exponentu deformačního zpevnění n . Označme ϵ_{pn} poměrná deformace v okamžiku plastické nestability, pak $n = \ln(\epsilon_{pn} + 1)$

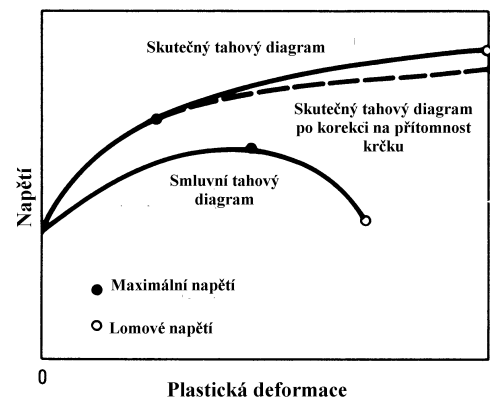
☹ Dokažte, že **hodnota poměru R_m/R_e je jednoznačnou funkcí exponentu deformačního zpevnění n .**

Pro popis celého tahového diagramu, např. pro výpočty metodou konečných prvků se používá tahový diagram ve formě vztahu označovaného jako Rambergův Osgoodův vztah



$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{el} + \bar{\epsilon}_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{k} \right)^{\frac{1}{n}},$$

Skutečný tahový diagram za plastickou nestabilitou (výpočet skutečného napětí) je ovlivněn přítomností krčku. Proces deformace v krčku již probíhá za podmínek trojosé napjatosti a tedy ne za podmínek jednoosé napjatosti, jak je tomu před vznikem krčku (do plastické nestability).



Při výpočtu skutečného tahového diagramu počítáme nominální napětí $\sigma_n = \frac{F}{S_a}$. My však potřebujeme znát za

hodnotu, která je ekvivalentní napětí $(2\tau_{\max}) = \sigma_n \cdot B = \sigma_B$, kde $B = 0,83 - 0,1786 \cdot \log \bar{\epsilon}$ je korekce na přítomnost krčku podle Bridgmana.

Další veličinou zavedenou ze skutečného tahového diagramu je skutečná lomová deformace $\bar{\epsilon}_f$

$$\bar{\epsilon}_f = \ln \frac{S_0}{S} = \ln \left(\frac{1}{\frac{S_u + S_0 - S_0}{S_0}} \right) = \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{Z}{100}} \right), \text{ kde } S_u \text{ je průřez zkušebního tělesa v okamžiku lomu.}$$

Skutečná lomová houževnatost

$$w_f = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \sigma_B d\bar{\epsilon} = k \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \bar{\epsilon}^n d\bar{\epsilon} = \frac{k (\bar{\epsilon}_f)^{n+1}}{n+1} = B \cdot \sigma_f^n \frac{\bar{\epsilon}_f}{n+1}$$

Přehled veličin, které jsme probírali:

smluvní napětí	$R = F/S_0$	
poměrná deformace	$\epsilon = \Delta L/L_0$	
Skutečné napětí	$\sigma = F/S$	
skutečná deformace	$\bar{\epsilon} = \ln(1 + \epsilon)$	
$\sigma = R$	$\sigma = R \cdot (1 + \epsilon)$	
$\bar{\epsilon} = \epsilon$	$\bar{\epsilon} = \ln(S_0/S)$	

2 x deformace na mezi kluzu

plastická nestabilita

lom



kategorie	Smluvní diagram	skutečný diagram
elastické vlastnosti	E, μ	
pevnost	$R_e, R_{eH}, R_{eL}, R_{p0,2}, R_m, R_f$	koefficient deformačního zpevnění k skutečné lomové napětí σ_f
plasticita	$A, A_{11,3}, A_{50}, A_{80}, Z$	$\bar{\epsilon}_f$
houževnatost (energie)	Modul resilience w_{el} tahová houževnatost w_f	skutečná tahová houževnatost w_f
deformační zpevnění	R_m/R_e	exponent deformačního zpevnění n

Zkouška tvrdosti – vztah mezi tvrdostí a mezí kluzu

Tvrdost materiálu – odpor materiálu vůči indentaci. Pod pojmem indentace rozumíme zamačkávání malého tělíska (kulička, jehlan, kužel) do povrchu materiálu. Podmínky zatěžování – velikost zátěžné síly, doba zatížení jsou dány normativním předpisem.

Tvrdostní číslo podle Brinela nebo Vickerse je v podstatě napětí tj. síla dělená plochou vtisku.

Příklad aproximativního výpočtu tvrdosti ve vztahu k mezi kluzu kovového materiálu .

Při výpočtu děláme následující zjednodušení:

- ✓ Uvažujeme teorii maximálního smykového napětí
- ✓ Plastická deformace probíhá bez zpevnění – materiál je ideálně elasticko – plastický
- ✓ Skutečnost je 3-rozměrná, ale úloha je rotačně symetrická a proto budeme uvažovat 2-rozměrný případ.

Počítejme práci, kterou jsme vykonali při měření pevnosti

$$F \cdot u = 2 \cdot u \cdot \sqrt{2} \cdot \tau_e \cdot \frac{S}{\sqrt{2}} + 2u \cdot S \cdot \tau_e + 4 \cdot \frac{u \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{S \sqrt{2}}{2} \tau_e, \text{ po úpravě}$$

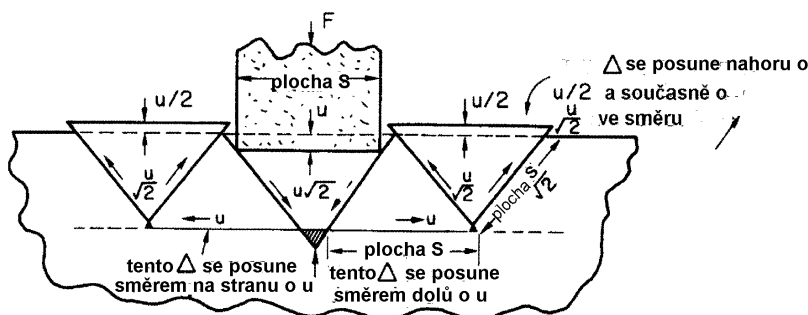
$$\frac{F}{S} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \tau_e + 2 \cdot \tau_e + 4 \cdot \frac{2}{4} \tau_e \Rightarrow \frac{F}{S} = 6 \tau_e = 3 \cdot R_e$$

Tvrdost H je definovaná jako napětí $\frac{F}{S}$ – s tím, že je udávána v historických jednotkách, které se již

nepoužívají, jedná se o kp/mm^2 , $1 \text{kp} = 9,81 \text{ N}$ přibližně 10 N . Tedy abychom dostali napětí odpovídající tvrdosti H v MPa, musíme číslo H násobit 10.

$$10H = 3 \cdot R_e$$

V našem odvození jsme dělali jistá zjednodušení. Např. jsme neuvažovali deformační zpevnění. Díky deformačnímu zpevnění je napětí určené z tvrdosti přibližně rovno deformačnímu napětí které odpovídá 8 až 10% plastické deformaci. V praxi se zpravidla



používají poloempirické vztahy mezi tvrdostí a pevností materiálu $R_m = konst \cdot HB$

Materiál	konst.
Oceli	3,4 – 3,6
Austenitické oceli	3,7 – 4
Slitiny Cu	4,0 – 5,0
Slitiny Al	3,4 – 4,4
Slitiny Ni	5,0-5,5